I. Etude d'un matériau conducteur

On cherche à modéliser la conductivité des métaux au travers d'un modèle très simpliste. Dans ce modèle on considère que les électrons qui permettent la conduction sont libres avec une densité n^* et se déplacent à l'intérieur du métal. On suppose que tous les électrons ont la même vitesse, leur vitesse moyenne notée $\vec{v}$. La présence du réseau cristallin du métal se traduit par l'existence de chocs entre les électrons libres et les ions du métal. On suppose que les chocs peuvent être modélisés par une force de frottement exercée sur l'électron, de la forme $\vec{f} = -ma\vec{v}$ où a est une constante positive. Les électrons sont mis en mouvement sous l'action d'un champ électrique constant $\vec{E}$.

Données: masse d'un électron $m = 9,11.10^{-31}\ kg$, charge d'un électron $-e = -1,6.10^{-19}\ C$, nombre d'Avogadro $\mathcal{N}_a = 6,02.10^{23}\ mol^{-1}$.

1. Préciser l'unité de a.

2. Appliquer la RFD à un électron et en déduire l'expression de sa vitesse au cours du temps en supposant qu'à l'instant $t = 0$ sa vitesse est nulle. Quelle est la vitesse $\overrightarrow{v_\infty}$ atteinte par l'électron en régime permanent? Exprimer le temps τ pour lequel sa vitesse est égale à 95 % de $\overrightarrow{v_\infty}$.

On peut donc conclure qu'au bout d'un temps τ les électrons ont tous le même vitesse $\overrightarrow{v_\infty}$.

3. On se place en régime permanent. Exprimer le vecteur densité de courant électronique $\overrightarrow{j_e}$ et en déduire l'expression de la conductivité σ_0 du métal en fonction des données.

4. Le plomb est un métal dans lequel chaque atome libère deux électrons de conduction. Calculer n la densité d'électrons libres dans le plomb et σ_0 la conductivité du plomb. Données : masse molaire $M = 208\ g.mol^{-1}$, masse volumique $\rho = 11,1\ kg.m^{-3}$, $a = 4.10^{14}\ SI$. Prévoir l'évolution de la conductivité du métal lorsqu'on augmente la température (on suppose que la densité électronique varie peu avec la température).

5. On étudie dans cette question la conduction dans un matériau dit semi-conducteur. Dans un tel matériau, la rupture d'un liaison libère un électron, qui laisse derrière lui un "trou" (absence de liaison). La conduction électrique est donc assurée par **les électrons** (masse m, charge $-e$ et densité n) **et par les trous** (masse m, charge $+e$ et densité p). L'équilibre de la réaction de formation des trous et des électrons se traduit par la constante d'équilibre $K_i = np$.

5.a. Etablir une relation entre n et p en traduisant l'électroneutralité du semi-conducteur. En déduire l'expression de n et p en fonction de K_i.

5.b. Par application de la RFD à un trou, exprimer sa vitesse en régime permanent. La vitesse des électrons en régime permanent est toujours $\overrightarrow{v_\infty}$ comme vu précédemment. En déduire l'expression du vecteur densité de courant $\vec{j}$ et la conductivité σ du semi-conducteur en fonction de K_i, e, m et a. Faire l'application numérique à 330 K avec $K_i = 1,4.10^{32}\ m^{-6}$ et $a = 4.10^{14}\ SI$. Commenter.

5.c. Prévoir l'évolution de la conductivité du semi-conducteur lorsqu'on augmente la température sachant que la constante K_i augmente **fortement** (on suppose que la densité électronique varie peu avec la température).

6. On revient à l'étude du métal mais celui ci est soumis à un champ électrique variable de la forme $\underline{\vec{E}} = \underline{\overrightarrow{E_0}}e^{i\omega t}$, la vitesse des électrons est donc aussi de la forme $\underline{\vec{v}} = e^{i\omega t}\underline{\overrightarrow{v_0}}$.

Ecrire la RFD à un électron et en déduire la vitesse $\underline{\vec{v}}$ de l'électron en notation complexe. En déduire, également en notation complexe, le vecteur densité de courant électronique $\underline{\vec{j}_e}$ et la conductivité $\underline{\sigma}$ à exprimer en fonction de σ_0, ω et a. Pour quelles pulsations a-t-on $\underline{\sigma} = \sigma_0$?

Effet Hall. Sonde à effet Hall.

On considère un conducteur de largeur b compris entre les plans $z=0$ et $z=h$ parcouru par une intensité I suivant l'axe des x. On suppose qu'il y règne un champ électrique continu extérieur $\vec{E}=E_0\vec{e}_x$ ainsi qu'un champ magnétique $\vec{B}=B_0\vec{e}_y$. On utilisera le même modèle que dans la partie précédente. La conduction est assurée par des électrons de masse m, de charge $-e$, de densité volumique n et de vitesse $\vec{v}$.

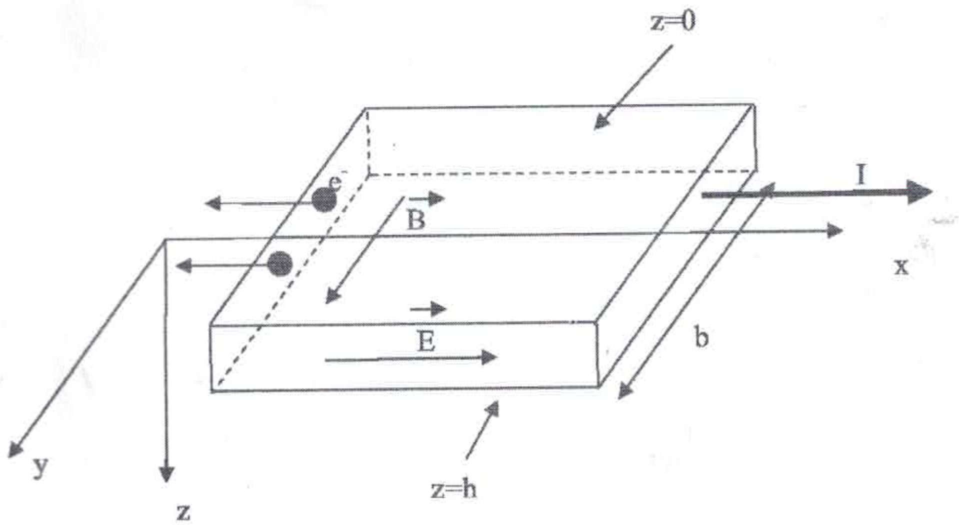

Figure 2

7) Régime transitoire. On s'intéresse ici au mouvement d'un électron dans le métal en supposant que seuls $\vec{E}$ et $\vec{B}$ agissent sur l'électron.

Quelle est la force subie par un électron sous l'effet des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$? En déduire **qualitativement** la trajectoire d'un électron (on pourra dessiner une vue de côté du conducteur).

A l'aide du raisonnement précédent et à partir de l'électroneutralité, conclure quant à l'apparition d'une densité surfacique de charge sur chacune des faces du conducteur (dont on précisera le signe).

L'apparition de ces charges surfaciques va entraîner l'existence d'un champ Hall $\vec{E}_H$ qui va « compenser » l'effet du champ magnétique et assurer l'existence d'un régime permanent.

8) Régime permanent. On suppose maintenant qu'en régime permanent, il circule à l'intérieur du métal une densité de courant électrique $\vec{j}_{el} = j\,\vec{e}_x$.

a. Comment sont reliés j et I ?

b. Comment sont reliés $\vec{j}_{el}$ et $\vec{v}$?

c. En écrivant qu'il existe un champ Hall supplémentaire $\vec{E}_H$ permettant de « compenser » l'effet du champ magnétique dans la force de Lorentz, exprimer $\vec{E}_H$ alors en fonction de $\vec{j}_{el}$, $\vec{B}$ et des données du problème. En reproduisant la figure 3, représenter sur le schéma $\vec{E}_H$, $\vec{E}$ ainsi que le champ électrique total $\overrightarrow{E_{tot}} = \vec{E} + \overrightarrow{E_H}$.

d. D'une manière générale, comment sont reliés le potentiel électrique V et le champ électrique total $\overrightarrow{E_{tot}}$?

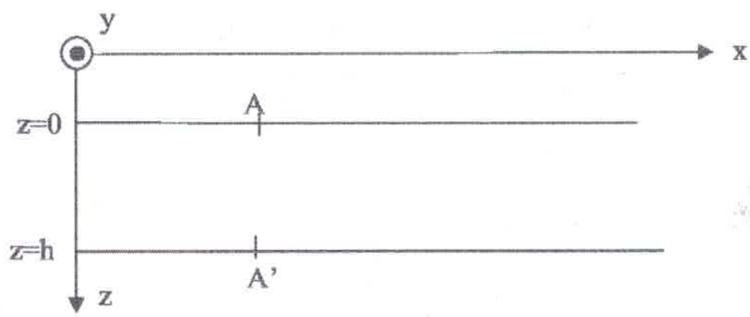

Figure 3

Si on considère deux points A et A' en vis-à-vis sur chacune des faces du conducteur, en déduire qu'il existe entre ces deux points une différence de potentiel U_H appelée tension de Hall qui peut s'écrire $U_H = \frac{C_H}{b} IB$. Exprimer la constante de Hall C_H caractéristique du matériau en fonction des données du problème.

e. Étant donnée l'expression de C_H, a-t-on intérêt à utiliser un conducteur ou un semi conducteur pour mesurer un champ magnétique pour une intensité I donnée ?

Application numérique :

Calculer C_H dans le cas du plomb. En déduire la tension au bornes d'une sonde à effet Hall pour $I = 0{,}1\,\text{A}$, B=0,1 T et b=0,3 mm.

Pour l'antimoniure d'indium In Sb, qui est un semi conducteur, on donne C_H=375.10^{-6}m^3.C^{-1}. Evaluer de même la tension Hall et déterminer la densité de porteur de charges n. Ces résultats vous paraissent-ils cohérents avec la prévision précédente ?