Étude d'un matériau conducteur

1) $[a] = \left[\frac{f}{mv}\right] = \frac{kg\ ms^{-2}}{kg\ ms^{-1}} = s^{-1}$

---

2) RFD appliquée à un électron : $m\frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E} - ma\vec{v}$ + $m\vec{g}$ négligé

soit à résoudre : $\boxed{\frac{d\vec{v}}{dt} + a\vec{v} = -\frac{e\vec{E}}{m}}$

. la solution s'écrit avec : $\vec{v} = -\frac{e\vec{E}}{ma} + \vec{A}e^{-at}$ or $\vec{v}(t=0) = \vec{0} = -\frac{e\vec{E}}{ma} + \vec{A}$

d'où $\boxed{\vec{v} = -\frac{e\vec{E}}{ma}\left(1 - e^{-at}\right)}$ $\quad e^{-at} \underset{t\to\infty}{\longrightarrow} 0$ soit $\boxed{\vec{v}_\infty = -\frac{e\vec{E}}{ma}}$

On cherche t_1 qui vérifie : $\vec{v}(t_1) = 0{,}95\,\vec{v}_\infty$

soit $-\frac{e\vec{E}}{ma}\left(1 - e^{-at_1}\right) = 0{,}95\left(-\frac{e\vec{E}}{ma}\right)$

ou encore $1 - e^{-at_1} = 0{,}95$ soit $\boxed{t_1 = \frac{-\ln(1-0{,}95)}{a} = \frac{3}{a}}$

---

3) Le vecteur densité de courant s'écrit : $\vec{j}_{el} = n(-e)\vec{v}_\infty$

soit $\vec{j}_{el} = \frac{ne^2}{ma}\vec{E}$ de la forme $\vec{j} = \sigma_0\vec{E}$ (loi d'Ohm locale)

donc par identification : $\boxed{\sigma_0 = \frac{ne^2}{ma}}$

---

4). Le nombre d'électrons de conduction par unité de volume est égal au double du nombre d'atomes par unité de volume puisque chaque atome libère 2 électrons de conduction.

Soit : $\rho = \frac{m}{V} = \frac{n_{moles} \times M}{V} = \frac{N_{at}}{\mathcal{N}_a} \times \frac{M}{V} = \frac{Mn}{2\mathcal{N}_a}$ car $n = \frac{N_{e^-}}{\mathcal{N}_a} = \frac{2N_{at}}{\mathcal{N}_a}$

(ici N_{at} : nbre d'atomes dans le volume V

n_{moles} : nbre de moles d'atomes dans le volume V)

d'où $\boxed{n = \frac{2\rho\,\mathcal{N}_a}{M}}$ $\quad$ AN : $n = \frac{2 \times 11{,}1.10^3 \times 6{,}02.10^{23}}{208\,.10^{-3}} = 6{,}6.10^{28}\ e^-.m^{-3}$

en kg.mol^{-1}

. On a : $\boxed{\sigma_0 = \frac{ne^2}{am}}$ $\quad$ AN $\sigma_0 = \frac{6{,}6.10^{28} \times (1{,}6.10^{-19})^2}{4.10^{14} \times 9{,}1.10^{-31}} = 4{,}6.10^6\ S.m^{-1}$

Quand on augmente la température, l'agitation thermique est plus importante, les chocs entre ions et électrons ou entre les électrons entre eux sont plus nombreux donc la force de frottements est plus importante : a augmente et la conductivité du métal diminue.

5) a- Il y a autant de charges + (trous) que de charges - (électrons)

donc $\boxed{n = p = \sqrt{K_i}}$ (condition d'électroneutralité)

b- RFD appliquée à un trou : $m\frac{d\vec{v}}{dt} = +e\vec{E} - ma\vec{v} + \cancel{m\vec{g}}$

en régime permanent : $e\vec{E} - ma\vec{v} = \vec{0}$ soit $\boxed{\vec{v} = \frac{e\vec{E}}{ma} = -\vec{v_\infty}}$

les électrons et les trous se déplacent à la même vitesse en sens contraire

le vecteur densité de courant s'écrit :

$$\vec{j} = n(-e)\vec{v_\infty} + p(+e)\vec{v} = -ne\vec{v_\infty} \times 2 \quad \text{car } n=p \text{ et } \vec{v} = -\vec{v_\infty}$$

avec $\vec{v_\infty} = -\frac{e\vec{E}}{ma}$ et $n = \sqrt{K_i}$ soit $\vec{j} = 2\frac{\sqrt{K_i}\,e^2}{ma}\vec{E}$ de la forme $\sigma\vec{E}$

La conductivité du semi-conducteur est donc $\boxed{\sigma = 2\frac{\sqrt{K_i}\,e^2}{ma}}$

AN : $\sigma = 2\frac{\sqrt{1{,}4.10^{32}} \times (1{,}6.10^{-19})^2}{9{,}11.10^{-31} \times 4.10^4} = 1{,}7.10^{-6}\ S.m^{-1} \ll \sigma_{plomb}$

Un matériau semi-conducteur conduit est beaucoup moins conducteur qu'un métal.

c- Quand la température augmente, a augmente (à cause de l'agitation thermique) mais K_i augmente fortement. L'information de l'énoncé laisse à penser que K_i augmente plus que a donc la conductivité d'un semi-conducteur augmente quand la température augmente contrairement à un métal.

6) RFD appliquée à un électron : $m\frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E} - ma\vec{v}$

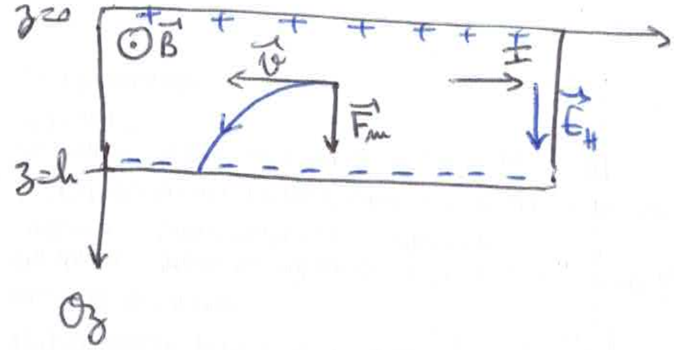
en notation complexe : $\frac{d\vec{v}}{dt} = i\omega\underline{\vec{v}}$ soit $mi\omega\underline{\vec{v}} = -e\underline{\vec{E}} - ma\underline{\vec{v}}$

d'où $\underline{\vec{v}} = \frac{-e\vec{E}}{ma + mi\omega} = \frac{-e\vec{E}}{ma}\frac{1}{1 + i\frac{\omega}{a}}$

donc $\underline{\vec{j}} = n(-e)\underline{\vec{v}} = \overbrace{\frac{ne^2}{ma}}^{\sigma_0}\frac{1}{1 + i\frac{\omega}{a}}\vec{E}$ de la forme $\underline{\vec{j}} = \underline{\sigma}\,\underline{\vec{E}}$

soit $\boxed{\underline{\sigma} = \frac{\sigma_0}{1 + i\frac{\omega}{a}}}$ $\quad \sigma = \sigma_0$ pour $\omega \ll a$

7) Un électron subit la force de Lorentz : $\vec{F} = -e\underbrace{\vec{E}}_{\text{dans le sens de I (pouce)}} - e\vec{v}\wedge\underbrace{\vec{B}}_{\text{index}}$.



$-e\vec{v}\wedge\vec{B}$ est donné par le majeur

Les électrons se déplacent dans le sens opposé à $\vec{E}$ sous l'action de la force électrique $-e\vec{E}$, et sont déviés par la force magnétique $-e\vec{v}\wedge\vec{B}$.

Les électrons s'accumulent en $z=h$ et par défaut des charges positives apparaissent en $z=0$. Il apparaît alors un champ électrique de Hall dirigé des charges + vers les charges − soit des forts vers les faibles potentiels.

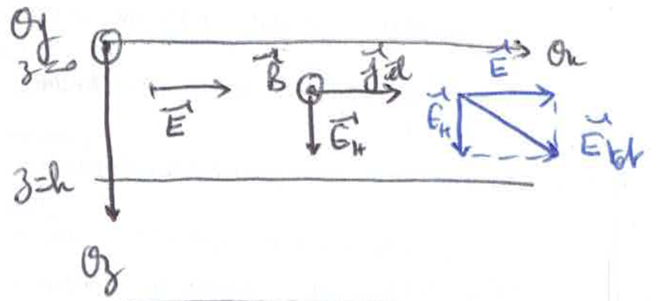
---

8) a – On a : $\boxed{I = \iint \vec{j}\cdot dS\,\vec{n} = j\times \underbrace{hb}_{\text{surface} \perp \text{au courant, traversée par le courant}}}$

b – On a : $\boxed{\vec{j}_{el} = n(-e)\vec{v}}$

c – En régime permanent les forces selon (Oz) se compensent soit :

$$-e\vec{E}_H - e\vec{v}\wedge\vec{B} = \vec{0} \quad \text{d'où} \quad \boxed{\vec{E}_H = -\vec{v}\wedge\vec{B} = \frac{\vec{j}_{el}}{ne}\wedge\vec{B} = \frac{j_{el}B}{ne}\vec{e}_z}$$



$\vec{j}_{el}$ est dans le sens de $\vec{E}$

d – On a $\boxed{\vec{E}_{tot} = -\vec{grad}\,V}$ et $U_H = V_A - V_{A'} = \int_A^{A'} \vec{E}_{tot}\cdot d\vec{OM}$

soit $\boxed{U_H} = \int_A^{A'} \vec{E}\cdot d\vec{OM} + \int_A^{A'} \vec{E}_H\cdot d\vec{OM} = \int_{z=0}^{z=h} \frac{j_{el}B}{ne}\vec{e}_z\,dz\,\vec{e}_z = \frac{j_{el}Bh}{ne} = \boxed{\frac{BI}{neb}}$

Ce champ est selon (Ox) donc il crée une ddp selon (Ox), soit une ddp nulle entre A et A'

ce champ est selon (Oz) donc il crée une ddp non nulle entre A et A'

$I = j_{el}hb$

Par identification avec l'énoncé : $\boxed{C_H = \frac{1}{ne}}$

e_ $U_H = \frac{C_H I B}{b}$: pour que la mesure soit précise on a intérêt à avoir C_H le plus grand possible soit n le plus petit possible, il vaut mieux utiliser un semi-conducteur.

Plomb : on a trouvé $n = 6{,}6.10^{28}\ e^-.m^{-3}$ soit $C_H = 9{,}47.10^{-11}\ m^3C^{-1}$

$$U_H = \frac{9{,}47.10^{-11} \times 0{,}1 \times 0{,}1}{0{,}3.10^{-3}} = \underline{3{,}2.10^{-9}\ V}$$

Semi-conducteur : $U_H = \frac{3{,}75.10^{-6} \times 0{,}1 \times 0{,}1}{0{,}3.10^{-3}} = 125\ \mu V$

Pour $C_H = 3{,}75.10^{-6}\ m^3C^{-1} = \frac{1}{ne}$ on a : $\underline{n = 1{,}6.10^{24}\ m^{-3}}$ ce nombre ne correspond pas à la valeur prévue par le modèle décrit question 5) où $n = \sqrt{K_i} \simeq 10^{+16}\ m^{-3}$, ce modèle serait donc à revoir.