## II. Fil cylindrique uniformément chargé

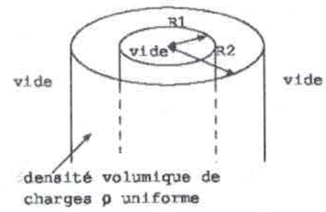
On considère dans le vide un fil cylindrique infini d'axe $Oz$ et de rayon $R$, portant une charge volumique constante $\rho$.

**1.** En se plaçant en coordonnées cylindriques d'axe $Oz$, montrer par des considérations de symétrie et d'invariance que le champ $\vec{E}(M) = E(r)\vec{e_r}$. En déduire la forme des surfaces équipotentielles.

**2.** En appliquant le théorème de Gauss, calculer le champ $\vec{E}(M)$ dans tout l'espace. Tracer l'allure de $E(r)$ en fonction de $r$ en précisant la valeur de $r$ pour laquelle la norme du champ est maximal et l'expression de champ maximal.

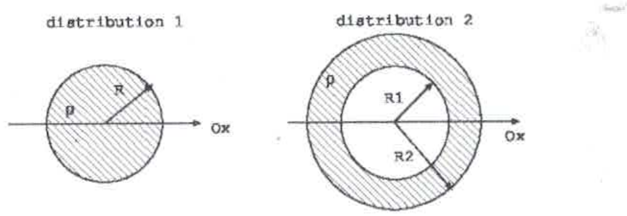
**3.** Exprimer le potentiel électrique pour $r < R$ en fonction d'une constante $A$. Exprimer le potentiel électrique pour $r > R$ en fonction de cette même constante $A$ en traduisant que le potentiel est continu. On donne $\overrightarrow{\text{grad}} = \frac{\partial}{\partial r}\vec{e_r} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}\vec{e_\theta} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{e_z}$.

**4.** On modifie la distribution de charges de la façon suivante : les charges sont comprises entre les cylindres de rayons $R_1$ et $R_2 > R_1$ où elles sont réparties uniformément dans le volume avec une densité volumique de charges constante $\rho$. Il n'y a pas de charges à l'intérieur du cylindre de rayon $R_1$ et à l'extérieur du cylindre de rayon $R_2$. Le champ électrique s'écrit encore $\vec{E} = E(r)\vec{e_r}$.




Déduire du théorème de Gauss, le champ électrique en tout point de l'espace.

**5.** On réalise des simulations numériques qui donnent la composante $E_x$ du champ électrique en fonction de $x$ pour les deux distributions étudiées:




On obtient les courbes ci-dessous. Identifier les courbes correspondant aux distributions précédentes en justifiant votre choix. Déduire des courbes, les valeurs numériques de $R$, $R_1$, $R_2$ et $\rho$ pour les deux distributions de charges.

Donnée : $\epsilon_0 = 8,85.10^{-12}\ F.m^{-1}$