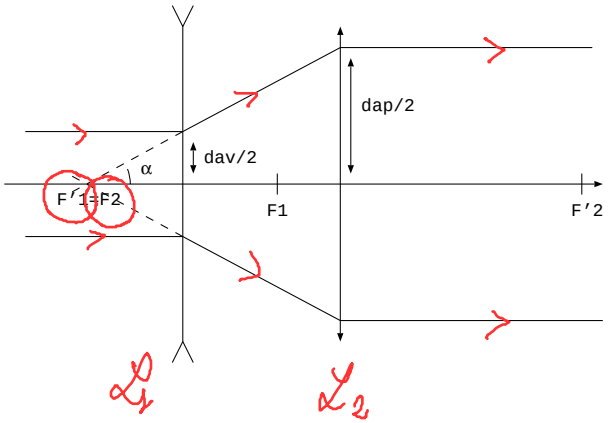
Correction DS 3 de physique

I. **Problème 1**

1. Les rayons incidents sont parallèles à l'axe optique, ils se croisent au foyer image de L_1. Les rayons sortants sont sont parallèles à l'axe optique, ils sont passés par F_2 avant de traverser L_2. On a donc $F_1' = F_2$. On a $\tan\alpha = \dfrac{d_{av}/2}{-f_1'} = \dfrac{d_{ap}/2}{f_2'}$ soit $\dfrac{d_{ap}}{d_{av}} = \dfrac{-f_1'}{f_2'}$.

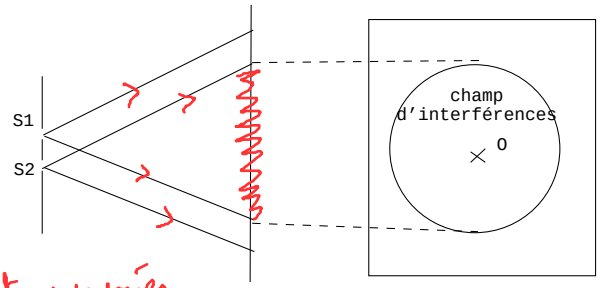


2. Le laser de longueur d'onde $632,8\ nm$ émet la couleur rouge. Les limites du spectre visible sont $\lambda = 400\ nm$ pour le bleu et $\lambda = 800\ nm$ pour le rouge.

3.

3.a. D'après les lois de l'optique géométrique, *les rayons se propagent en ligne droite dans un milieu homogène*, donc sur l'écran on devrait observer deux points lumineux correspondants aux rayons passés par les trous S_1 et S_2. Cependant dans cette expérience, les lois de l'optique géométrique ne s'appliquent pas, on doit tenir compte de la nature ondulatoire de la lumière car *les distances sont de l'ordre de grandeur des longueurs d'onde* (a de l'ordre de λ). Ainsi la lumière, à la traversée des trous, subit de la diffraction. Chaque trou donne une tache centrale de *diffraction* à l'écran, circulaire et très lumineuse et les taches, en se superposant, permettent d'observer de la diffraction.

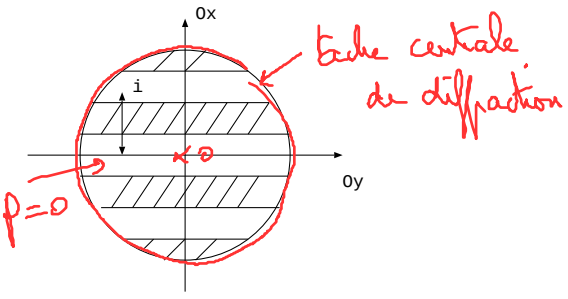
3.b. Les taches centrales de diffraction se superposent car la distance a est très faible. Le champ d'interférences a pour largeur, la largeur de *la tache centrale de diffraction, d'autant plus grande que les trous sont petits.*



S_1 et S_2 sont très proches : taches de diffraction sont superposées

4.

4.a. On observe des franges rectilignes perpendiculaires à la direction S_1S_2 soit ici des franges horizontales selon Oy. La frange centrale est en O, elle est brillante. L'interfrange est $i = \dfrac{\lambda D}{a}$. Ces franges sont dans le champ d'interférences qui a la forme d'un disque.

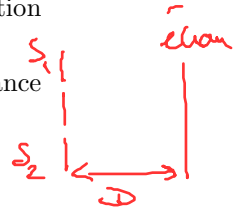


4.b. Si l'on obture l'un des deux trous, on ne voit plus de franges d'interférences, on ne voit que la figure de diffraction à travers un trou: un disque centré sur O très lumineux, entouré de franges circulaires très peu lumineuses. Le disque est d'autant plus grand que le trou est petit.

4.c. Si l'on translate les trous, cela ne fait que translater dans le même sens et la même direction la figure d'interférences.

4.d. La largeur de la tache centrale de diffraction et l'interfrange sont proportionnels à la distance entre les trous et l'écran, on voit donc le même nombre de franges mais tout est plus grand.

$i = \dfrac{\lambda D}{a}$ D↑ i↑ Δx prop. à D



5.

5.a. S_1 et S_2 ont respectivement pour coordonnées $(+\frac{a}{2}, 0, -D)$ et $(-\frac{a}{2}, 0, -D)$. On en déduit les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{S_1M} = (x - \frac{a}{2})\overrightarrow{e_x} + y\overrightarrow{e_y} - D\overrightarrow{e_z}$ et $\overrightarrow{S_2M} = (x + \frac{a}{2})\overrightarrow{e_x} + y\overrightarrow{e_y} - D\overrightarrow{e_z}$ d'où les distances cherchées:

$S_1M = \sqrt{(x - \frac{a}{2})^2 + y^2 + D^2}$ et $S_2M = \sqrt{(x + \frac{a}{2})^2 + y^2 + D^2}$.

On en déduit la différence de marche $\delta(M) = \sqrt{(x + \frac{a}{2})^2 + y^2 + D^2} - \sqrt{(x - \frac{a}{2})^2 + y^2 + D^2}$.

5.b. On a $\delta(M) = D[(1 + \frac{y^2}{D^2} + \frac{(x + \frac{a}{2})^2}{D^2})^{1/2} - (1 + \frac{y^2}{D^2} + \frac{(x - \frac{a}{2})^2}{D^2})^{1/2}$

$\delta(M) = D[(1 + \frac{y^2}{2D^2} + \frac{(x + \frac{a}{2})^2}{2D^2}) - (1 + \frac{y^2}{2D^2} + \frac{(x - \frac{a}{2})^2}{2D^2})$

$\delta(M) = D[\frac{(x + \frac{a}{2})^2}{2D^2} - \frac{(x - \frac{a}{2})^2}{2D^2}$

$\delta(M) = \frac{ax}{D}$.

5.c. Les points qui sont sur une même frange ont le même ordre d'interférences soit la même différence de marche. Or la différence de marche ne dépend que de x donc les points sur une même frange sont sur la droite d'équation x =constante, ces droites sont horizontales.

6. L'onde qui arrive en M à l'instant t a été émise en S_1 à l'instant $t - \frac{(S_1M)}{c}$ d'où $s_{1M}(t) = s_1(t - \frac{(S_1M)}{c}) = s_0 \cos(\frac{2\pi ct}{\lambda} - \frac{2\pi(S_1M)}{\lambda})$.

De la même façon, l'onde qui arrive en M à l'instant t a été émise en S_2 à l'instant $t - \frac{(S_2M)}{c}$ d'où $s_{2M}(t) = s_1(t - \frac{(S_2M)}{c}) = s_0 \cos(\frac{2\pi ct}{\lambda} - \frac{2\pi(S_2M)}{\lambda})$.

6.a. Les ondes issues de S_1 et S_2 sont cohérentes donc on somme leurs amplitudes: $s_M(t) = s_0 \cos(\frac{2\pi ct}{\lambda} - \frac{2\pi(S_2M)}{\lambda}) + s_0 \cos(\frac{2\pi ct}{\lambda} - \frac{2\pi(S_1M)}{\lambda})$

Et on en déduit l'intensité en M: c'est la valeur moyenne temporelle du carré de l'amplitude:

$I(M) = < s_M(t)^2 >$

Après calcul on trouve $I(M) = 2I_0(1 + \cos(\frac{2\pi\delta(M)}{\lambda}))$: c'est la formule de Fresnel pour des ondes de même intensité I_0.

6.b. L'interfrange est la distance entre les milieux de deux franges brillantes (ou sombres) consécutives. Les franges brillantes correspondent à des ordres d'interférences entiers. On note x_k la position des franges brillantes à l'écran. On a $p = \frac{ax_k}{\lambda D} = k$ un entier relatif soit $x_k = \frac{k\lambda D}{a}$ et $i = x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda D}{a}$.

6.c. Pour $p = 3,5$ on lit $x = 7,5\ mm$ (sur la 3ième frange sombre à droite de O).

Pour $p = -2$ on lit $x = -4,5\ mm$ (sur la 2ième frange brillante à gauche de O). Sur la courbe on observe la tache centrale de diffraction entre $x = -10\ mm$ et $x = +10\ mm$. La largeur de la tache centrale est donnée par $\Delta x = 2D\Delta\theta_{1/2}$ où $\Delta\theta_{1/2}$ est la largeur angulaire de la tache centrale de diffraction et dans le cas d'un trou circulaire de diamètre d on a $\Delta\theta_{1/2} = \frac{1,22\lambda}{d}$ d'où $\Delta x = \frac{2,44\lambda D}{d}$. On en déduit le diamètre d'un trou par $d = \frac{2,44\lambda D}{\Delta x} = \frac{2,44.632,8.10^{-9}.1,0}{20.10^{-3}} = 77\ \mu m$.

On lit également sur la courbe donnée qu'entre $x = -6,5\ mm$ et $x = +6,5\ mm$, il y a 6 interfranges soit $i = \frac{13}{6} = 2,17\ mm$ avec $i = \frac{\lambda D}{a}$. On en déduit la distance entre deux trous soit $a = \frac{\lambda D}{i} = \frac{632,8.10^{-9}.1,0}{2,17.10^{-3}} = 292\ \mu m$.

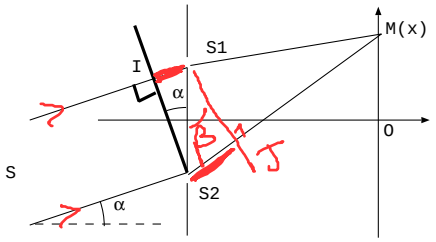
7. La différence de marche en présence de la lame est égale à la différence de marche sans la lame soit $\frac{ax}{D}$ ajoutée de la différence de marche liée à la lame soit $ne - e$ (on ajoute une lame fictive d'épaisseur e et d'indice 1 devant S_1 et pendant que le rayon 2 parcourt la lame d'épaisseur e et d'indice n, le rayon parcourt la lame d'épaisseur e et d'indice 1).

Soit $\delta'(M) = \frac{ax}{D} + (n-1)e$.

La frange centrale d'ordre 0 se trouve en x_0 tel que $\frac{ax_0}{D} + (n-1)e = 0$ soit $x_0 = \frac{-(n-1)eD}{a} = -\frac{0,6.7,5.10^{-6}.1,0}{300.10^{-6}} = -1,5\ cm < 0$: la frange centrale se trouve maintenant en dessous de O, elle a translaté vers le bas d'une distance $d = \frac{(n-1)eD}{a}$.

En effet, la frange centrale est telle que les deux ondes ont parcouru le même chemin optique, l'onde passant par S_2 est ralentie en passant par la lame donc pour compenser cette onde doit parcourir un chemin plus court en distance.

8. La différence de marche s'écrit $\delta''_{2/1}(M) = (SM)_2 - (SM)_1 = (SS_2) + (S_2M) - (SI) - (IS_1) - (S_1M)$ avec $(S_2M) - (S_1M) = \frac{ax}{D}$ et $(SI) = (SS_2)$ car entre la source S et la surface d'onde S_2I le chemin optique est constant d'où $\delta''_{2/1}(M) = -(IS_1) = -IS_1$.



De plus $\sin\alpha = \frac{IS_1}{a} \approx \alpha$ soit $IS_1 = a\alpha$.

On a donc $\delta''_{2/1}(M) = \frac{ax}{D} - a\alpha$.

La nouvelle frange centrale se trouve en x_0 tel que $\frac{ax_0}{D} - a\alpha = 0$ soit $x_0 = \alpha D$. La frange centrale se trouve au-dessus de O et a translaté d'une distance $d' = a\alpha$.

9. Les différentes longueurs d'onde présentes dans la source sont des ondes incohérentes, elles donnent chacune leur propre système de franges et on observe à l'écran la superposition de tous ces systèmes de franges. En O, toutes les longueurs d'onde donnent une frange brillante donc en O, on observe une frange brillante de la couleur de la source.

Lorsqu'on s'éloigne de O, le spectre présente des cannelures soit des bandes noires qui correspondent à des longueurs d'onde donnant des interférences destructives, on a donc:

$p = \frac{ax}{\lambda D}$ est un demi entier sur une cannelure.

L'ordre d'interférences minimal en x est $p_{min} = \frac{ax}{\lambda_2 D} = 9,4$

L'ordre d'interférences maximal en x est $p_{max} = \frac{ax}{\lambda_1 D} = 13,7$

Les cannelures correspondent à $p = 9,5 - 10,5 - 11,5 - 12,5 - 13,5$. On observe donc 5 cannelures dans ce spectre.

10. On a $\overline{OA} = -x < 0$ et $\overline{OA'} = L - x$, on remplace dans la relation de Descartes: $\frac{1}{L-x} + \frac{1}{x} = \frac{1}{f'}$ soit $\frac{L-x+x}{(L-x)x} = \frac{1}{f'}$ d'où à résoudre $x^2 - Lx + Lf' = 0$.

Le discriminent s'écrit $\Delta = L^2 - 4Lf'$ et les solutions sont $x_1 = \frac{L}{2} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2}$ et $x_2 = \frac{L}{2} - \frac{\sqrt{\Delta}}{2}$. La solution qui donne le plus grand grandissement est celle qui est la plus proche de la lentille soit x_2 car $x_2 < x_1$.

On a donc $\overline{OA} = -x_2 = -\frac{L}{2} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2} = -0,23\ m$ et $\overline{OA'} = L - x_2 = \frac{L}{2} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2} = 1,77\ m$.

On a donc $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -\frac{\frac{L}{2}+\frac{\sqrt{\Delta}}{2}}{\frac{L}{2}-+\frac{\sqrt{\Delta}}{2}} = -7,7$.

On a donc $|\gamma| = \frac{a'}{a}$ soit $a = \frac{2,3}{7,7} = 0,300\ mm = 300\ \mu m$: cohérent avec la valeur trouvée précédemment.

Remarque: en fait les deux positions x_1 et x_2 sont symétriques par rapport au milieu de AA' et on a $L - x_2 = x_1$ et $L - x_1 = x_2$.