

TD laser

I. Applications du cours

1. Donner l'écart en fréquence entre deux modes longitudinaux dans une cavité linéaire dont la longueur optique est $L = 300 \text{ mm}$.
2. Calculer le rapport N_2/N_1 à l'équilibre thermodynamique à $T = 300 \text{ K}$ pour deux niveaux d'énergie tels que les photons émis ou absorbés entre ces deux niveaux ont pour longueur d'onde $\lambda = 633 \text{ nm}$. Données: $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$ et $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ SI}$.
3. Un laser hélium néon a pour waist $w_0 = 20 \text{ cm}$ et pour longueur d'onde $\lambda = 633 \text{ nm}$. Estimer le demi angle au sommet du faisceau conique et la longueur de Rayleigh. On pointe ce faisceau vers la Lune, située à distance $D = 384 \text{ 000 km}$. Estimer le diamètre d_L de ce faisceau sur la lune.
4. Dans un système à deux niveaux d'énergie $E_2 > E_1$, on donne le taux d'accroissement de la population N_2 des atomes dans le niveau E_2 :

$$\frac{dN_2}{dt} = Bu(\nu)N' - AN'' - Bu(\nu)N'''$$

A et B désignent les coefficients d'Einstein et $u(\nu)$ la densité volumique spectrale d'énergie de l'onde.

Dire à quels processus correspond chacun des termes et remplacer N' , N'' et N''' par N_1 ou N_2 . Exprimer $N_2 - N_1$ en régime stationnaire et en déduire s'il peut y avoir inversion de population.

On ajoute un processus de pompage décrit par le taux d'accroissement $(\frac{dN_2}{dt})_{\text{pompage}} = P$ constant. Déterminer la condition pour qu'en régime stationnaire, il puisse y avoir inversion de population.

5. Dans un système à deux niveaux d'énergie E_1 et E_2 . Etablir l'équation différentielle vérifiée par $N_2(t)$ en présence du seul phénomène d'émission spontanée. On donne A_{21} le coefficient d'Einstein lié à ce processus. En déduire une interprétation de A_{21} .

Réponses: 1- $\Delta f = 500 \text{ MHz}$ 2- $N_2/N_1 = 1,5 \cdot 10^{-33}$ 3- $\theta = 3,17 \cdot 10^{-6} \text{ rad}$ et $d_L = 2,4 \text{ km}$ 4- $N_2 - N_1 = \frac{-AN_2}{Bu(\nu)}$

II. Atome à deux niveaux d'énergie

Soit un système d'atomes à deux niveaux d'énergie E_1 et $E_2 > E_1$. On note N_1 et N_2 , le nombre d'atomes respectivement dans les niveaux d'énergie E_1 et E_2 . Soit ν_0 la fréquence d'un photon émis ou absorbé par cet atome.

On note B_{12} et B_{21} , les coefficients d'Einstein pour les processus d'absorption et d'émission stimulée, et A_{21} , le coefficient d'Einstein pour le processus d'émission spontanée.

On note $u(\nu)$ le densité volumique spectrale d'énergie de l'onde em en $J.m^{-3}.Hz^{-1}$.

1. Les trois processus se produisent en même temps, exprimer $\frac{dN_1}{dt}$. En déduire l'expression de $u(\nu_0)$ en régime stationnaire.

2. Rappeler l'expression de $\frac{N_2}{N_1}$ à l'équilibre thermique de température T . Commenter.

3. La densité spectrale pour un corps noir s'écrit: $u(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}$. Déduire des questions précédentes,

la relation entre B_{12} et B_{21} , et l'expression de $\frac{A_{21}}{B_{21}}$.

4. Soit un laser de puissance $P = 1 \text{ W}$ et de waist $w_0 = 5 \text{ mm}$. Calculer son intensité dans la zone où le faisceau est cylindrique. On admet que $I = u(\nu)\nu c$. Déterminer les valeurs de fréquences et de longueurs d'onde pour lesquelles on peut négliger l'émission spontanée devant l'émission stimulée. Donnée: $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$.

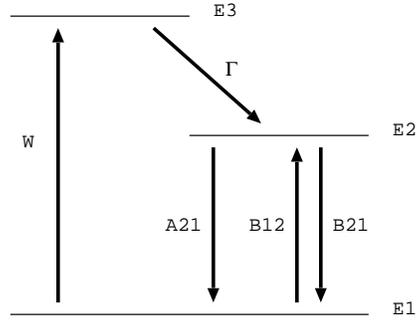
Réponses: 1- $u(\nu_0) = \frac{A_{21}N_2}{B_{12}N_1 - B_{21}N_2}$ 3- $\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}$ 4- $\nu \ll 1,6 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$.

III. Laser à 3 niveaux d'énergie

Le schéma des niveaux et des transitions d'un laser à 3 niveaux est donné ci-contre. On note $u(\nu)$ la densité énergétique donnée par la loi de Planck (en $J.m^{-3}.Hz^{-1}$).

On note N_1 , N_2 et N_3 les nombres d'atomes dans les niveaux d'énergie E_1 , E_2 , E_3 .

Les coefficients A_{21} , B_{21} et B_{12} sont les coefficients d'Einstein respectivement pour l'émission spontanée, l'émission stimulée et l'absorption. On a $B_{12} = B_{21} = B$. Les coefficients W et Γ sont en s^{-1} .



1. Ecrire en fonction des données $\frac{dN_3}{dt}$ et $\frac{dN_2}{dt}$. Pourquoi n'est ce pas nécessaire d'écrire $\frac{dN_1}{dt}$?
2. On pose $\Delta N = N_2 - N_1$ et $N_1 + N_2 + N_3 = N$. Exprimer N_1 et N_2 en fonction de ΔN et N_3 .
3. En régime stationnaire, montrer que l'on a $\Delta N = \frac{W - A_{21}}{W + A_{21} + 2Bu(\nu_0)}(N - N_3)$. En déduire une condition pour l'inversion de population.

Réponse: 3- $W > A_{21}$

IV. Nécessité d'une inversion de population

On considère un volume élémentaire de section S compris entre z et $z + dz$. Ce volume contient des atomes à deux niveaux d'énergie E_1 et $E_2 > E_1$. On note n_1 et n_2 , le nombre d'atomes par unité de volume respectivement dans les niveaux d'énergie E_1 et E_2 . Soit ν_0 la fréquence d'un photon émis ou absorbé par cet atome.

Ce système élémentaire est éclairé par une onde électromagnétique de vecteur de Poynting $\vec{R} = R(z)\vec{e}_z$.

On note B_{12} et B_{21} , les coefficients d'Einstein pour les processus d'absorption et d'émission stimulée, et A_{21} , le coefficient d'Einstein pour le processus d'émission spontanée.

On note $u(\nu)$ la densité volumique spectrale d'énergie de l'onde em en $J.m^{-3}.Hz^{-1}$.

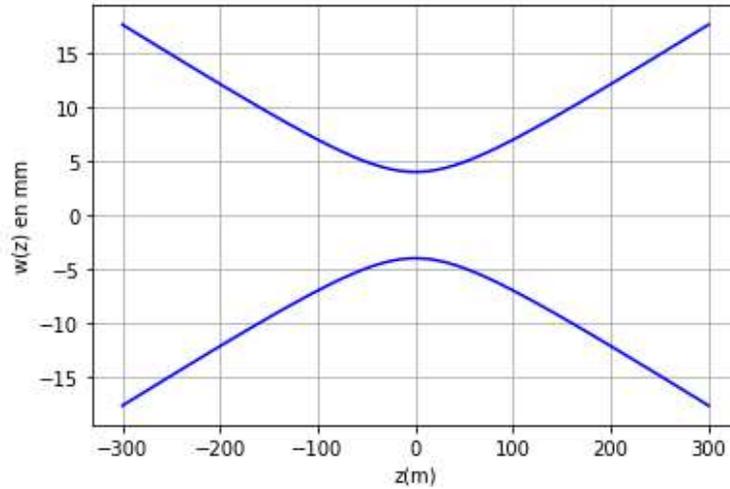
1. $\frac{dn_1}{dt}$ lié au processus d'émission stimulée. En déduire le nombre de photons émis par émission stimulée par ce système entre t et $t + dt$ et δE_{recue} , l'énergie reçue par le système sous l'effet des émissions stimulées (on néglige le processus d'émission spontanée).
2. $\frac{dn_2}{dt}$ lié au processus d'absorption. Exprimer le nombre de photons absorbés par ce système entre t et $t + dt$. En déduire δE_{abs} , l'énergie absorbée par le système.
3. Exprimer les énergies électromagnétiques qui entrent et qui sortent du système entre t et $t + dt$.
4. En déduire l'équation de conservation de l'énergie en régime stationnaire. Donner la condition pour que l'onde électromagnétique soit amplifiée. Cette condition peut-elle être réalisée à l'équilibre thermodynamique?

Réponse: 4- $\frac{dR}{dz} = Bu(\nu)h\nu(n_2 - n_1)$

V. Le faisceau laser

Un faisceau laser de longueur d'onde $\lambda = 720 \text{ nm}$ est de révolution autour de l'axe Oz , la propagation se faisant selon Oz croissant. La puissance lumineuse du faisceau est $P = 1 \text{ mW}$.

La figure ci contre représente la coupe longitudinale du faisceau laser. L'échelle en abscisse est en millimètre et en ordonnée en mètre.



1. Lire sur le graphe la valeur du rayon minimal w_0 du faisceau, quel nom porte-t-il? En déduire l'intensité moyenne sur la section minimale du faisceau. Que vaut l'intensité du faisceau sur une section en $z = 200 \text{ m}$?
2. Déterminer graphiquement la longueur de Rayleigh.
3. Définir l'ouverture angulaire θ du faisceau (demi angle au sommet du faisceau conique). Calculer θ et prévoir la valeur numérique du rayon du faisceau pour $z = 500 \text{ m}$. On donne $L_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$: en déduire l'expression de θ en fonction de λ et w_0 et interpréter cette relation.
4. En optique géométrique, comment faut-il opérer pour obtenir un faisceau cylindrique plus large que le faisceau cylindrique incident en utilisant deux lentilles convergentes de focales images f'_1 et f'_2 ? Préciser les conditions nécessaires et faire un schéma du dispositif pour expliquer. Exprimer en fonction de f'_1 et f'_2 le grandissement du système.
5. Le faisceau laser est dans sa zone de Fresnel (zone cylindrique) et traverse une lentille convergente L_1 de focale $f'_1 = 5 \text{ mm}$. Déterminer les caractéristiques w'_0 , L'_R et θ' du faisceau gaussien émergent de la lentille L_1 .

On place derrière L_1 , une seconde lentille notée L_2 de telle sorte que le faisceau émergent de L_2 soit cylindrique avec un waist $w''_0 = 20,0 \text{ mm}$. Faire un schéma du montage et préciser la valeur de f'_2 .

Réponses: 1- $I = 20 \text{ W.m}^{-2}$ et $I' = 2,0 \text{ W.m}^{-2}$ 2- $L_R = 70 \text{ m}$ 3- $\theta = 5,7.10^{-5} \text{ rad}$ 4- $\gamma = \frac{f'_2}{f'_1}$ 5- $\theta' = 0,8 \text{ rad}$, $f'_2 = 2,5 \text{ cm}$