Cinématique du solide

1. Définition

Un ressort est un système

Une boule de pétanque est un système

2. Repérage d'un solide

Pour étudier la position d'un point matériel M, on a besoin de .... paramètres

Dans un solide indéformable, les points étant liés entre eux, leurs mouvements ne sont pas indépendants. Pour décrire le mouvement d'un solide on fait appel à un repère

Le mouvement de tout point M du solide se déduit de ...... paramètres:

-

-

Dans la suite on restreint l'étude du mouvement d'un solide à deux cas: la translation et la rotation autour d'un axe fixe. Le mouvement général d'un solide étant la combinaison de ces deux mouvements de translation et de rotation autour d'un axe fixe.

3. Le solide en translation

Définition:

Exemple 1: train sur une voie rectiligne

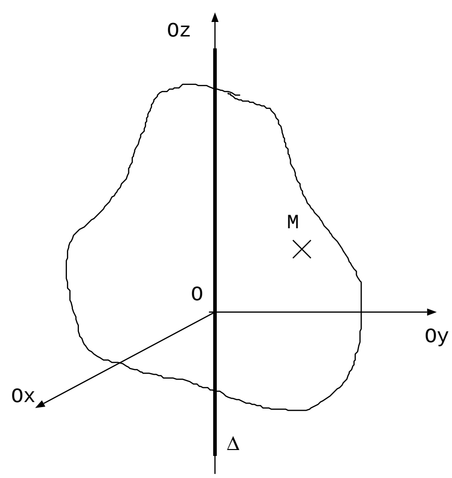
Exemple 2: la grande roue

A retenir:

4. Le solide en rotation autour d'un axe fixe

Le solide tourne autour d'un axe Δ, fixe dans $\mathcal{R}$. Pour alléger les notations, le repère lié au solide est tel que: O est un point de l'axe Δ et l'axe Δ coïncide avec Oz soit

On note θ



Le vecteur rotation $\overrightarrow{\omega}$ s'écrit:

Tous les points de l'axe Δ ont

Tous les points en dehors de l'axe Δ ont

Théorème scalaire du moment cinétique d'un solide en rotation autour d'un axe fixe de $\mathcal{R}$

Soit un solide $\mathcal{S}$ en rotation autour d'un axe Δ, axe fixe de $\mathcal{R}$, à la vitesse angulaire $\overrightarrow{\omega}$.

I. **Le moment cinétique d'un solide par rapport à un axe Δ**

Définition: le moment cinétique du solide par rapport à l'axe Δ orienté par $\overrightarrow{u}_\Delta$ et passant par O est défini par:

L_Δ est une grandeur algébrique:

Dans la suite, l'axe Δ est orienté par $\overrightarrow{e_z}$ et $\overrightarrow{\omega} = \dot{\theta}\overrightarrow{e_z}$.

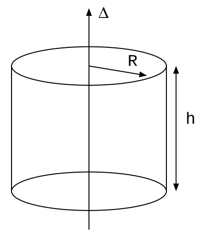
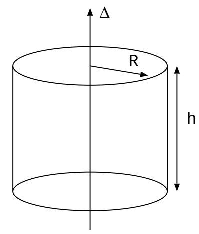
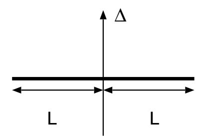
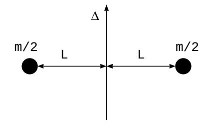
Expression du moment cinétique d'un point M_i du solide par rapport à O:

Expression du moment cinétique du solide par rapport à Δ:

A retenir:

Remarque au sujet du moment d'inertie d'un solide par rapport à un axe Δ

Dans le tableau suivant, on donne les expressions des moments d'inertie de différents solides, ces moments d'inertie ne sont pas à connaître, ils sont donnés dans des énoncés.

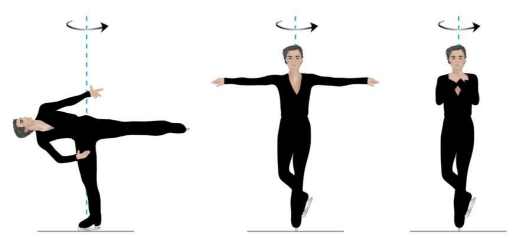
Cylindre creux de rayon R	Cylindre plein de rayon R	Tige de longueur $2L$	Une masse m à la distance l de l'axe
			
$J_\Delta = mR^2$	$J_\Delta = \dfrac{mR^2}{2}$	$J_\Delta = \dfrac{mL^2}{3}$	$J_\Delta = mL^2$

Le moment d'inertie d'un solide est d'autant plus grand que

On peut tout d'abord rappeler que l'inertie d'un corps est la résistance qu'il oppose lorsqu'on essaie soit de le mettre en mouvement, soit de l'arrêter. La grandeur physique qui mesure l'inertie d'un corps est

Le moment d'inertie d'un solide par rapport à un axe Δ mesure

Exemple : le patineur dont le moment cinétique est constant par rapport l'axe Δ orienté



II. **Le moment des forces par rapport à Δ**

Définition: le moment d'une force $\overrightarrow{F}$ exercée sur le solide et calculé par rapport à l'axe Δ (orienté par $\overrightarrow{u}_\Delta$ et passant par O) est défini par:

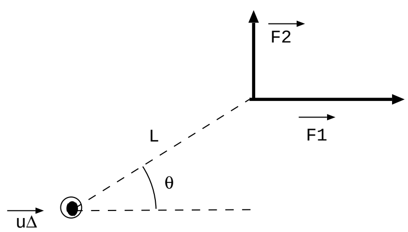
Expression du moment d'une force par rapport à un axe par la méthode du bras de levier

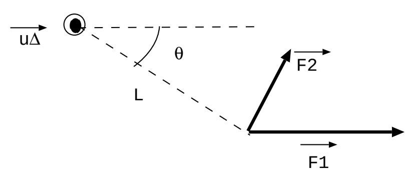
$$\mathcal{M}_{\Delta}(\overrightarrow{F}) = \pm||\overrightarrow{F}||d$$

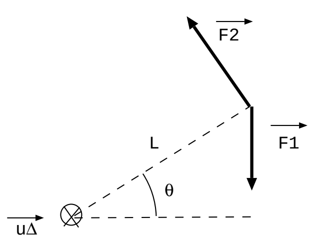
où d est la bras de levier: soit la plus courte distance entre l'axe Δ et la droite d'action de la force (droite passant par $\overrightarrow{F}$ et son point d'application M)

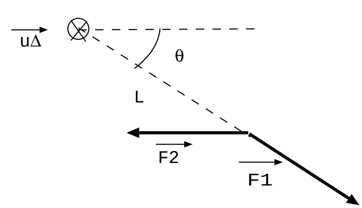
où on garde le signe $-$ pour

où on garde le signe $+$ pour









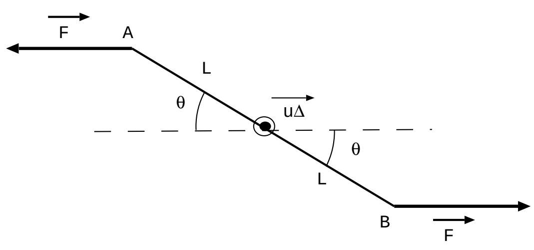
Cas où $\mathcal{M}_{\Delta}$ est nul

Exemples de moments de forces particuliers:

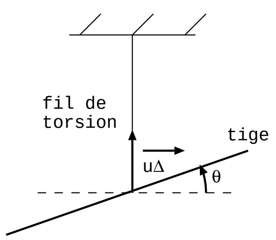
La liaison pivot: l'axe de rotation exerce des actions mécaniques sur le solide. On parle d'une liaison pivot idéale lorsque

Les couples: on appelle couple les actions mécaniques dont la résultante des forces est nulle et dont le moment résultant est non nul.

exemple:



exemple: couple de torsion:



III. **Théorème scalaire du moment cinétique par rapport à un axe**

Enoncé: