

DEUXIÈME PARTIE

Les ondes électromagnétiques dans les plasmas

Nous sommes loin du temps où le « cursus publicus », le service de poste de l'Empire Romain parcourait 250 km par jour, 24 heures sur 24, ce qui était déjà une prouesse technique. Depuis, Charles Wheatstone a effectué la première transmission télégraphique entre Londres et Birmingham en 1838, et en 1964, le premier satellite de télécommunications SYNCOM 3 est lancé par les Etats-Unis.

Ce satellite a permis de développer de façon significative les télécommunications longue-distance, transatlantiques notamment, puisqu'auparavant, il fallait se contenter de câbles transatlantiques (en 1956, le câble transatlantique TAT-1 peut transporter 35 communications téléphoniques), ou d'ondes radio hyperfréquence qui se réfléchissent sur l'ionosphère, tributaires de ce fait des orages magnétiques et des tempêtes solaires. En effet, il existe autour de la Terre une couche nommée ionosphère, constituée d'un plasma très peu dense.

Nous allons dans cette partie étudier la propagation des ondes dans un plasma : d'abord des ondes harmoniques, puis des ondes décrivant mieux la réalité.

G. Mise en équation pour des ondes harmoniques

On considère l'ionosphère comme un gaz ionisé contenant

- des électrons de masse $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg et de charge $-e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C ;
- des ions de masse m_i et de charge $+e$.

Les densités volumiques de ces deux types de particules sont identiques et sont notées n .

Le plasma est suffisamment dilué pour qu'on puisse considérer que les électrons et ions n'interagissent pas entre eux.

On considèrera dans toute cette sous-partie des évolutions harmoniques à la pulsation ω .

G1. Dans cette question, on va déterminer les relations qui permettront d'adapter les équations de Maxwell au plasma.

G1a. Montrer que la charge volumique est nulle au sein du plasma.

G1b. Lors du passage d'une onde électromagnétique dans le plasma, à quelle condition peut-on négliger l'effet du champ magnétique $\vec{B}$ devant celui du champ électrique $\vec{E}$ pour le mouvement des charges ?

À quelle condition peut-on négliger le mouvement des ions devant le mouvement des électrons ?

G1c. Montrer qu'on peut négliger les effets de la pesanteur.

On supposera qu'on peut faire par la suite les trois approximations ci-dessus : négliger le champ magnétique, négliger le mouvement des ions et négliger la pesanteur.

G1d. On considère le champ électrique complexe noté $\vec{E}(M, t) = \vec{E}_0 \exp[j(\omega t - \varphi_M)]$ au point M du plasma. On note $\vec{j}_e$ le vecteur densité volumique de courant électrique complexe.

En étudiant le mouvement d'un électron, établir la relation $\vec{j}_e = \underline{\gamma} \vec{E}$.

Donner le nom et l'expression de $\underline{\gamma}$ en fonction notamment des paramètres du plasma.

G2. Écrire les équations de Maxwell adaptées au plasma.

G3. En déduire l'équation d'onde vérifiée par le champ électrique complexe pour une onde harmonique et montrer que son expression générale dans le cas d'une onde

quelconque s'écrit
$$\Delta \underline{\vec{E}} = \frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial^2 \underline{\vec{E}}}{\partial t^2} + \omega_p^2 \underline{\vec{E}} \right)$$

On rappelle la formule du double rotationnel : $\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot E}) = \overrightarrow{grad}(\text{div} \vec{E}) - \Delta \vec{E}$.

Comment s'appelle ω_p ? Donner son expression en fonction notamment des caractéristiques du plasma.

On s'intéresse désormais à des ondes planes progressives (OPP) qui se propagent vers les x croissants dans un plasma semi-infini compris entre $x = 0$ et $x \rightarrow +\infty$.

H. Propagation d'une OPPH

On s'intéresse dans cette sous-partie à des ondes planes progressives harmoniques (OPPH) de champ électrique $\underline{\vec{E}}(M, t) = \underline{\vec{E}}_0 \exp[j(\omega t - kx)]$.

H1. Établir la relation de dispersion et en déduire l'existence de deux domaines de pulsations : le domaine de transparence et le domaine réactif. Identifier chacun des deux.

H2. Dans le domaine réactif, déterminer complètement l'expression du vecteur d'onde k et du champ électrique $\underline{\vec{E}}$ en notation complexe dans le plasma.

Que devient une OPPH dans le domaine réactif qui arrive sur le plasma ? Citez une application.

H3. Dans le domaine de transparence, déterminer l'expression de la vitesse de phase v_ϕ et de la vitesse de groupe v_g de l'onde de champ électrique, après avoir donné leur définition en fonction du vecteur d'onde k et de la pulsation ω . On les exprimera en fonction de ω et c notamment.

Que devient une OPPH dans le domaine de transparence qui arrive sur le plasma ? Citez une application.

H4. Tracer l'allure de v_ϕ et de v_g en fonction de la pulsation ω . Commenter. Que se passe-t-il à la limite en $\omega \rightarrow \infty$?

I. Propagation d'un paquet d'ondes émis par une antenne satellite

On travaille ici uniquement dans le domaine de transparence.

I1. Expliquer pourquoi une onde harmonique n'existe pas. Justifier qu'on puisse considérer l'onde comme plane.

I2. On a représenté sur la figure 6. la représentation d'un paquet d'onde gaussien en fonction de x à l'instant t_0 .

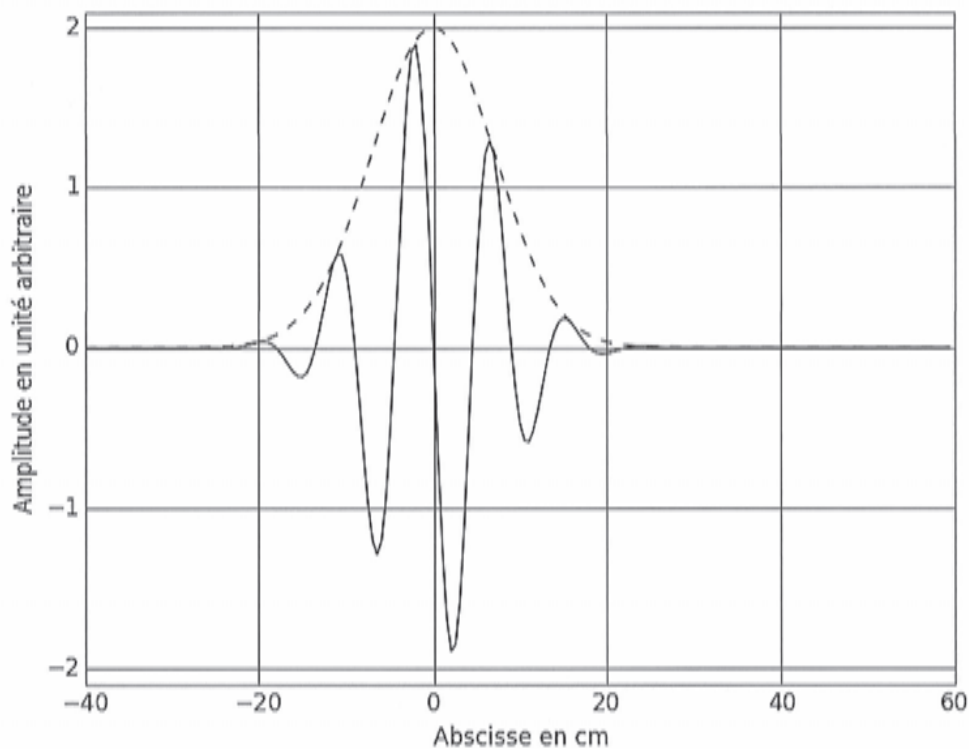


Figure 6. - Paquet d'onde

Tracer l'allure de son spectre.

Tracer sur le document réponse l'allure du paquet d'onde un court instant plus tard (le paquet d'onde doit être visible sur le graphe et on doit faire la différence avec le tracé à l'instant t_0) :

- sur la figure 7.a., si la vitesse de groupe est le double de la vitesse de phase ($v_g = 2 v_\phi$) ;
- sur la figure 7.b., si la vitesse de groupe est la moitié de la vitesse de phase ($v_\phi = 2 v_g$) .

On notera que ces choix de vitesses ne sont pas forcément compatibles avec la partie précédente.

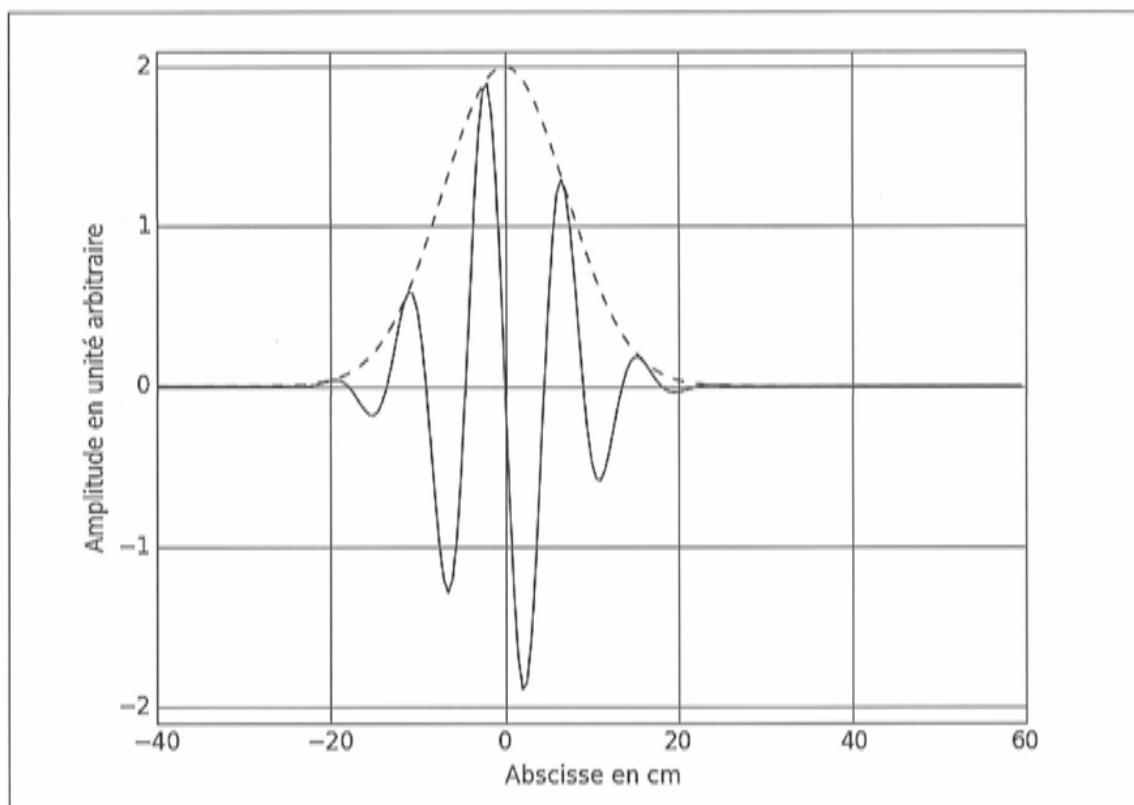


Figure 7.a. – Cas d'une vitesse de groupe double de la vitesse de phase

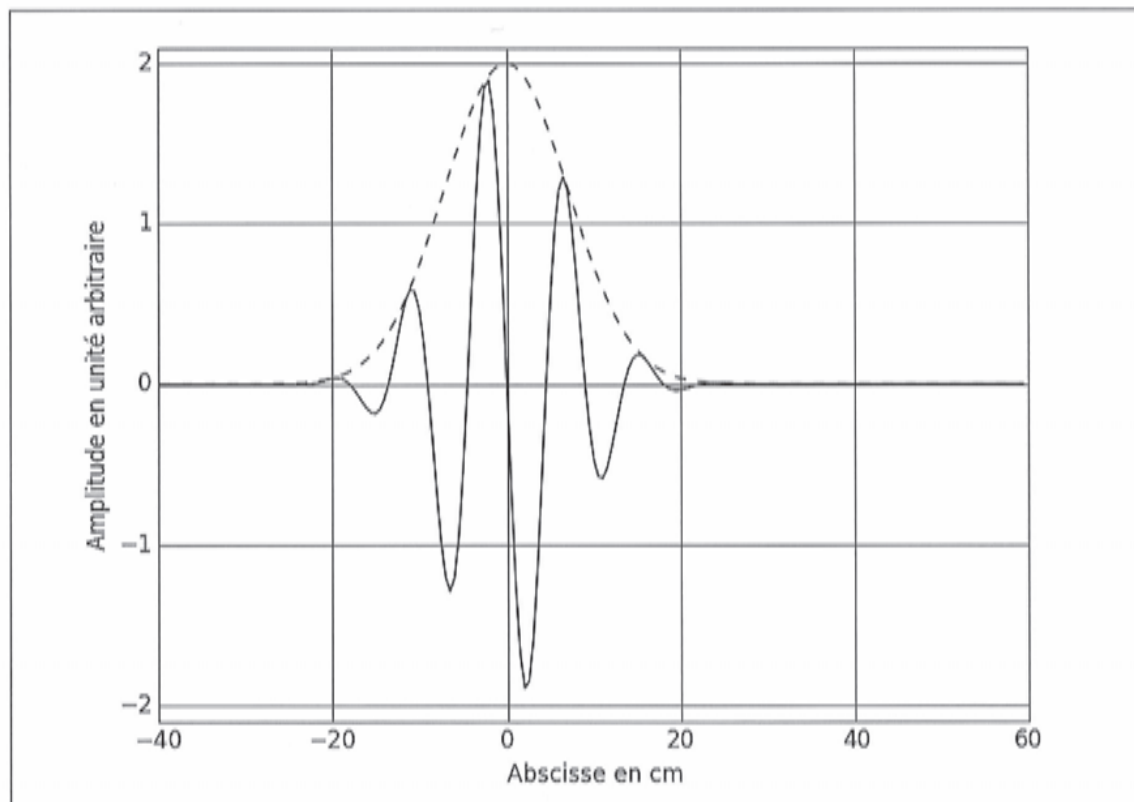


Figure 7.b. – Cas d'une vitesse de groupe moitié de la vitesse de phase