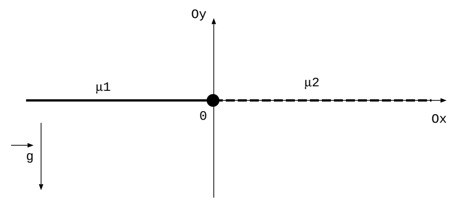
I. Deux cordes de masses différentes

Une corde vibrante très longue et donc considérée comme infinie, est soumise à une tension T_0. Elle est formée d'une corde de masse linéïque μ_1 pour $x < 0$ et d'une corde de masse linéique μ_2 pour $x > 0$. Elles sont réunies en $x = 0$ par un noeud, considéré comme une masse ponctuelle M.



Les vitesses de propagation des ondes à gauche et à droite du noeud sont notées respectivement c_1 et c_2. Un générateur d'ondes très loin à gauche (soit en $x \to -\infty$) génère une OPPH incidente qui se propage selon $+Ox$ notée $y_i(x,t)$ de la forme $y_i(x,t) = y_0 \cos(\omega t - k_1 x)$. Arrivée sur le noeud, cette onde met celui-ci en mouvement transversal, de même pulsation que l'onde incidente. A son tour, le mouvement du noeud génère une onde réfléchie notée $y_r(x,t)$ et une onde transmise notée $y_t(x,t)$.

1. Rappeler, sans démonstration, les équations de propagation vérifiées par $y_i(x,t)$, $y_r(x,t)$ et $y_t(x,t)$. Donner les expressions de c_1 et c_2 puis de k_1 et k_2, les vecteurs d'onde sur la corde 1 et sur la corde 2.

On définit les coefficients de réflexion et de transmission respectivement par:

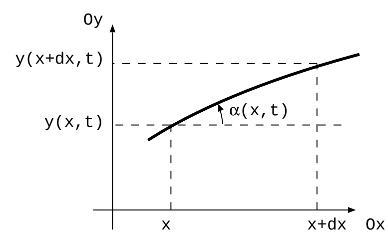
$r = \dfrac{y_r(x=0,t)}{y_i(x=0,t)}$ et $\tau = \dfrac{y_t(x=0,t)}{y_i(x=0,t)}$.

2. Exprimer en notation réelle $y_r(x,t)$ et $y_t(x,t)$.

3. On note $y(x=0^-,t)$ et $y(x=0^+,t)$, la hauteur de la corde respectivement juste à gauche et à droite du noeud. Que pensez-vous de ces deux hauteurs? En déduire une première relation entre r et τ (équation $(*)$).

4.

4.a. Soit le système infinitésimal de corde compris au repos entre x et $x + dx$. On note $y(x,t)$ la hauteur de la corde en x à l'instant t. Dans l'approximation des petits angles, exprimer $\alpha(x,t)$ en fonction d'une dérivée de $y(x,t)$.



4.b. **Le noeud est supposé sans masse.** Déduire de la RFD appliquée au noeud, l'égalité $\dfrac{\partial y}{\partial x}(x=0^-,t) = \dfrac{\partial y}{\partial x}(x=0^+,t)$. Enfin déduire de cette égalité, une relation entre r, τ, c_1 et c_2 (équation $(**)$).

5. Déduire de la résolution du système composé des équations $(*)$ et $(**)$, les expressions de r et τ en fonction de c_1 et c_2. Commenter ces expressions.

6. Dans le cas où $\mu_1 << \mu_2$, donner les expressions approchées de r et τ. Exprimer les ondes $y(x<0,t)$ et $y(x>0,t)$. Commenter le résultat. On donne: $\cos p - \cos q = -2\sin(\dfrac{p+q}{2})\sin(\dfrac{p-+q}{2})$.

Réponses: 1- $k_1 = \dfrac{\omega}{c_1}$ *et* $k_2 = \dfrac{\omega}{c_2}$ *3-* $1 + r = \tau$ *4-* $1 - r = \dfrac{c_1 \tau}{c_2}$ *5-* $r = \dfrac{c_2 - c_1}{c_2 + c_1}$ *et* $\tau = \dfrac{2c_2}{c_1 + c_2}$ *6-* $r = -1$ *et* $\tau = 0$ *on trouve une OS*