I. **Le haut parleur**

1. La masse m subit:

- la force de rappel élastique $\overrightarrow{F_r} = +k(l - l_0\overrightarrow{U_x}$ avec $l = l_0 - x$ (on met le signe + car pour $l < l_0$, le ressort est comprimé et la force est selon $-\overrightarrow{U_x}$) soit $\overrightarrow{F_r} = -kx\overrightarrow{U_x}$

- la force de l'amortisseur $\overrightarrow{f} = -\alpha\overrightarrow{v}$

- la force de Laplace $\overrightarrow{F} = KI_m\cos(\omega t)\overrightarrow{U_x}$

On applique la RFD à la masse dans le référentiel d'étude galiléen:

$m\dfrac{d\overrightarrow{v}}{dt} = -kx\overrightarrow{U_x} - \alpha\overrightarrow{v} + KI_m\cos(\omega t)\overrightarrow{U_x}$

Soit en projection sur Ox:

$m\ddot{x} = -kx - \alpha\dot{x} + KI_m\cos(\omega t)$

soit $\ddot{x} + \dfrac{\alpha}{m}\dot{x} + \dfrac{k}{m}x = \dfrac{KI_m}{m}\cos(\omega t)$

2. On passe en notation complexe où $x(t) = X_m\cos(\omega t + \phi)$ devient $\underline{x} = X_m e^{i(\omega t+\phi)} = \underline{X_m}e^{j\omega t}$ avec $\underline{X_m} = X_m e^{j\phi}$ (c'est l'amplitude complexe que l'on cherche, on prend son module pour avoir X_m et son argument pour avoir ϕ).

L'équation différentielle devient:

$-\omega^2\underline{x} + \dfrac{\alpha}{m}i\omega\underline{x} + \dfrac{k}{m}\underline{x} = \dfrac{KI_m}{m}e^{i\omega t}$

On simplifie par $e^{i\omega t}$, $\underline{x}$ devient $\underline{X_m}$:

$-\omega^2\underline{X_m} + \dfrac{\alpha}{m}i\omega\underline{X_m} + \dfrac{k}{m}\underline{X_m} = \dfrac{KI_m}{m}$

soit $\underline{X_m} = \dfrac{\frac{KI_m}{m}}{\frac{k}{m} - \omega^2 + \frac{i\omega\alpha}{m}}$

Par identification $X_0 = \dfrac{KI_m}{m}$, $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ et $\dfrac{i\omega\alpha}{m} = i\dfrac{\omega\omega_0}{Q}$ d'où $Q = \dfrac{\sqrt{mk}}{\alpha}$ (plus les frottements sont grands et plus le facteur de qualité est petit).

3. On prend le module pour obtenir X_m (amplitude des oscillations de $x(t)$): $X_m = \dfrac{X_0}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \frac{\omega^2\omega_0^2}{Q^2}}}$.

BF: $X_m = \dfrac{X_0}{\omega_0^2}$

HF: $X_m = 0$

Le haut parleur se comporte comme un filtre passe bas.

Il y a résonance lorsque X_m admet un maximum pour une pulsation non nulle. La fonction X_m est maximale lorsque son dénominateur est minimal.

On pose $f(\omega) = (\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \dfrac{\omega^2\omega_0^2}{Q^2}$ ou encore $f(x) = \omega_0^4[(1-x^2)^2 + \dfrac{x^2}{Q^2}]$ avec $x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$.

On cherche quand $f(x)$ est minimal soit quand sa dérivée est nulle.

$f'(x) = \omega_0^4[2(-2x)(1-x^2) + \dfrac{2x}{Q^2}] = \omega_0^4 2x[-2(1-x^2) + \dfrac{1}{Q^2}] = \omega_0^4 2x[-2 + 2x^2 + \dfrac{1}{Q^2}] = 0$ pour $x^2 = 1 - \dfrac{1}{2Q^2}$ doit être une grandeur positive pour exister, ce qui impose que $Q > \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ et dans ce cas à résonance $x_r = \sqrt{1 - \dfrac{1}{2Q^2}}$ soit $\omega_r = \omega_0\sqrt{1 - \dfrac{1}{2Q^2}}$.

4. Sur la courbe de gain en fonction de ω, on observe un filtre passe bas avec résonance.

A BF, on a trouvé $X_m(\omega = 0) = \dfrac{X_0}{\omega_0^2} = \dfrac{KI_m}{k}$ d'où $k = \dfrac{KI_m}{X_m(\omega = 0)}$ et on lit $X_m(\omega = 0) = 13,2\ mm$. AN: $k = 15.10^3\ N.m^{-1}$.

On lit sur la courbe la valeur de la pulsation de résonance $\omega_r = 900\ rad/s = \omega_0\sqrt{1-\dfrac{1}{2Q^2}}$ d'où $Q = \dfrac{1}{\sqrt{2(1-\frac{\omega_r^2}{\omega_0^2})}}$ avec $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = 1120\ rad/s$ d'où $Q = 1,04$.

On en déduit le coefficient α par $\alpha = \dfrac{\sqrt{mk}}{Q} = 12,2\ SI$.