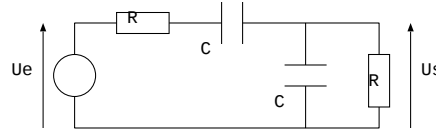


Filtres

I. Filtre de Wien

Le filtre suivant est alimenté par un GBF qui délivre la tension $U_e(t) = E \cos(\omega t)$.

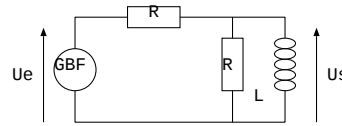


1. Déterminer par une étude du comportement aux BF et HF, la nature de ce filtre.
2. Etablir la fonction de transfert sous la forme $\underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})}$. Exprimer H_0 , Q et ω_0 .
3. Déterminer la pulsation de résonance et le gain à résonance.
4. Etablir les équations des asymptotes et en déduire le tracé des diagrammes de Bode en phase et en gain. Ajouter sur ce diagramme le point correspondant à la résonance et en déduire l'allure du diagramme de Bode réel.
5. Le filtre est-il intégrateur ou dérivateur à BF?

Réponses: 1- Filtre passe bande 2- $H_0 = \frac{1}{3}$, $Q = \frac{1}{3}$ et $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ 3- $\omega_r = \omega_0$ et $G_{max} = H_0$ 5- Filtre dérivateur

II. Filtre RL

Le filtre suivant est alimenté par un GBF qui délivre la tension $U_e(t) = E \cos(\omega t)$.



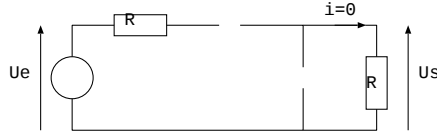
1. Déterminer par une étude du comportement aux BF et HF, la nature de ce filtre.
2. Etablir la fonction de transfert sous la forme $\underline{H} = H_0 \frac{j\omega}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$. Exprimer H_0 et ω_0 .
3. Etablir les équations des asymptotes et en déduire le tracé des diagrammes de Bode en phase et en gain. Ajouter sur ce diagramme le point réel correspondant à $\omega = \omega_0$ et en déduire l'allure du diagramme de Bode réel.

Réponses: 1- Filtre passe haut 2- $H_0 = \frac{1}{2}$ et $\omega_0 = \frac{R}{2L}$ 3- BF: $G_{dB} = 20 \log(\frac{\omega}{\omega_0}) + 20 \log H_0$ et BF: $G_{dB} = 20 \log H_0$.

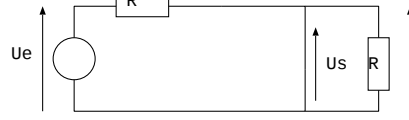
III. Correction: filtre de Wien

1.

A basse fréquence :



A haute fréquence :



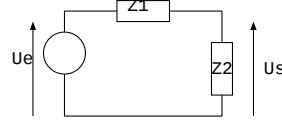
A BF: $U_s = Ri = 0$ le filtre coupe les BF

A HF: $U_s = 0$ aux bornes d'un fil, le filtre coupe les HF

Il s'agit donc d'un filtre passe bande.

2. On utilise le diviseur de tension:

$$\underline{U_s} = \frac{\underline{Z_2}}{\underline{Z_1} + \underline{Z_2}} \underline{U_e} = \frac{1}{1 + \frac{\underline{Z_1}}{\underline{Z_2}}} \underline{U_e}.$$



Ici on a $\underline{Z_1} = R + \frac{1}{jC\omega}$ et $\frac{1}{\underline{Z_2}} = \frac{1}{R} + jC\omega$.

$$\text{On a donc } \underline{H} = \frac{1}{1 + (R + \frac{1}{jC\omega})(\frac{1}{R} + jC\omega)} = \frac{1}{3 + jRC\omega + \frac{1}{jRC\omega}} = \frac{1/3}{1 + \frac{jRC\omega}{3} + \frac{1}{3RC\omega}}.$$

$$\text{Par identification: } H_0 = \frac{1}{3}, \frac{jRC\omega}{3} = \frac{jQ\omega}{\omega_0} \text{ et } \frac{1}{3jRC\omega} = \frac{Q\omega_0}{j\omega}.$$

On a donc $\frac{RC}{3} = \frac{Q}{\omega_0}$ et $\frac{1}{3RC} = Q\omega_0$. On multiplie ces deux équations entre elles, on trouve $Q = \frac{1}{3}$ et on divise ces équations entre elles, on trouve $\omega_0 = \frac{1}{RC}$.

3. Le gain du filtre s'écrit $G = |\underline{H}| = \frac{H_0}{\sqrt{1 + Q^2(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})^2}}$. A résonance, le gain est maximal, ce qui se

produit lorsque le dénominateur est minimal et ici il est minimal pour $\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} = 0$ soit pour $\omega = \omega_0$, pour cette pulsation le gain vaut $G = H_0$.

La résonance se produit pour $\omega_r = \omega_0$, dans ce cas $\underline{H} = H_0$ soit $\phi = \arg(\underline{H}) = 0$ et $G_{max} = H_0$.

4. On cherche un équivalent de $\underline{H}$ à BF soit pour $\omega \ll \omega_0$ (on ne garde qu'un terme au dénominateur, le plus grand soit $-jQ\frac{\omega_0}{\omega}$):

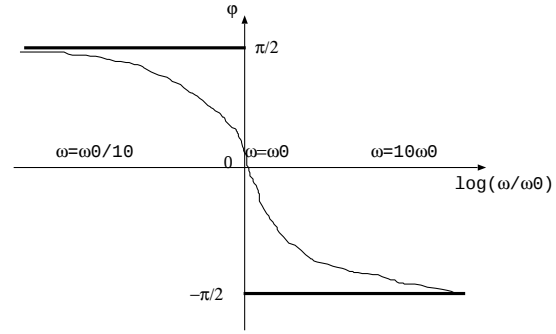
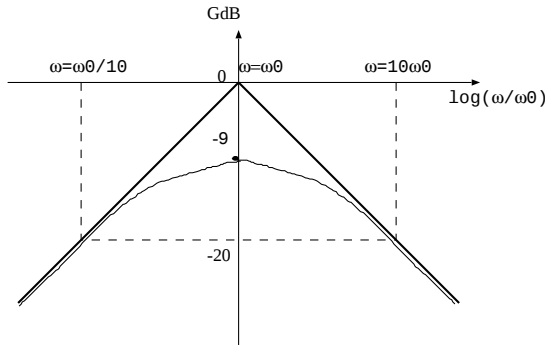
$$\underline{H} \approx \frac{j\omega H_0}{Q\omega_0} \text{ d'où } G = |\underline{H}| = \frac{H_0\omega}{Q\omega_0} = \frac{\omega}{\omega_0} \text{ et } G_{dB} = 20 \log G = 20 \log(\frac{\omega}{\omega_0}) \text{ (asymptote oblique de pente } +20 \text{ dB/decade) et } \phi = \arg(\underline{H}) = \arg j = \frac{\pi}{2}.$$

On cherche un équivalent de $\underline{H}$ à HF soit pour $\omega \gg \omega_0$ (on ne garde qu'un terme au dénominateur, le plus grand soit $jQ\frac{\omega}{\omega_0}$):

$$\underline{H} \approx \frac{H_0\omega_0}{jQ\omega} = \frac{\omega_0}{\omega} \text{ d'où } G = |\underline{H}| = \frac{\omega_0}{\omega} \text{ et } G_{dB} = 20 \log G = -20 \log(\frac{\omega}{\omega_0}) \text{ (asymptote oblique de pente } -20 \text{ dB/decade) et } \phi = \arg(\underline{H}) = \arg -j = -\frac{\pi}{2}.$$

Les asymptotes se coupent en $\omega = \omega_0$ en $G_{dB} = 0$.

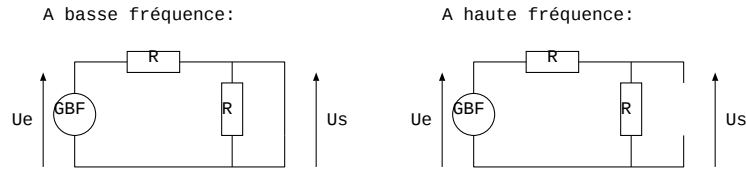
La courbe réelle passe par $G_{dB}(\omega = \omega_0) = 20 \log(H_0) = 20 \log(\frac{1}{3}) = -9 \text{ dB}$.



5. A BF, on a trouvé $\underline{H} \approx \frac{j\omega H_0}{Q\omega_0} \approx \frac{j\omega}{\omega_0}$ soit $\underline{U}_s = \frac{j\omega}{\omega_0} \underline{U}_e$ soit en notation réelle $U_s = \frac{1}{\omega_0} \frac{dU_e}{dt}$: ce filtre est dérivateur.

IV. Correction: filtre RL

1.



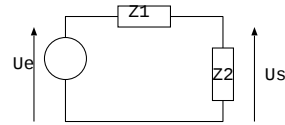
A BF: la tension aux bornes d'un fil est nulle soit $U_s = 0$: le filtre coupe les BF

A HF: on applique le diviseur de tension $U_s = \frac{R}{R+R} U_e = \frac{U_e}{2}$: le filtre laisse passer les HF.

C'est un filtre passe haut.

2. On utilise le diviseur de tension:

$$\underline{U}_s = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \underline{U}_e = \frac{1}{1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}} \underline{U}_e.$$



$$\text{Ici on a } \underline{Z}_1 = R \text{ et } \frac{1}{\underline{Z}_2} = \frac{1}{R} + \frac{1}{jL\omega}. \text{ On a donc } \underline{U}_s = \frac{1}{1 + R(\frac{1}{R} + \frac{1}{jL\omega})} \underline{U}_e = \frac{1}{2 + \frac{1}{jL\omega}} \underline{U}_e = \frac{\frac{jL\omega}{R}}{1 + \frac{2jL\omega}{R}} \underline{U}_e = \frac{1}{2} \frac{\frac{2jL\omega}{R}}{1 + \frac{2jL\omega}{R}} \underline{U}_e.$$

$$\text{Par identification on a donc } H_0 = \frac{1}{2} \text{ et } \omega_0 = \frac{R}{2L}.$$

3. On cherche un équivalent de $\underline{H}$ à BF soit pour $\omega \ll \omega_0$ (on ne garde qu'un terme au dénominateur, le plus grand soit 1):

$$\underline{H} \approx \frac{j\omega H_0}{\omega_0} \text{ d'où } G = |\underline{H}| = \frac{H_0\omega}{\omega_0} \text{ et } G_{dB} = 20 \log G = 20 \log(\frac{\omega}{\omega_0}) + 20 \log H_0 \text{ (asymptote oblique de pente } +20 \text{ dB/decade) et } \phi = \arg(\underline{H}) = \arg j = \frac{\pi}{2}.$$

On cherche un équivalent de $\underline{H}$ à HF soit pour $\omega \gg \omega_0$ (on ne garde qu'un terme au dénominateur, le plus grand soit $j\frac{\omega}{\omega_0}$):

$$\underline{H} \approx H_0 \text{ d'où } G = |\underline{H}| = H_0 \text{ et } G_{dB} = 20 \log H_0 = -6 \text{ dB (asymptote horizontale) et } \phi = \arg(\underline{H}) = \arg H_0 = 0.$$

Les asymptotes se coupent en $\omega = \omega_0$ en $G_{dB} = 20 \log H_0 = -6 \text{ dB}$.

$$\text{Pour } \omega = \omega_0, \underline{H} = \frac{jH_0}{1+j}, \text{ soit } G = \frac{H_0}{\sqrt{2}} \text{ et } G_{dB} = 20 \log(\frac{1}{\sqrt{2}}) = -9 \text{ dB et } \phi = \arg \underline{H} = \arg j - \arg(1+j) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}.$$

