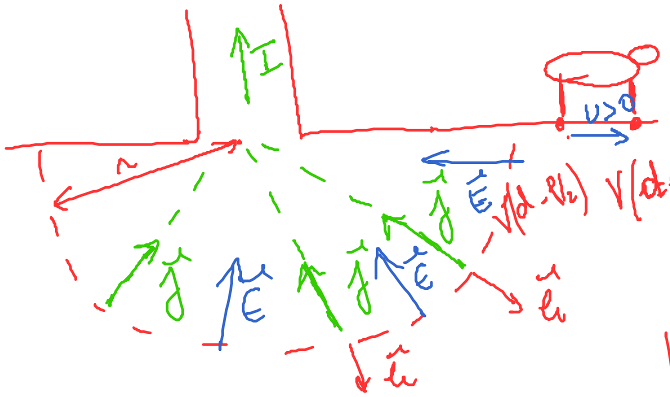
Correction exercice II TD conduction

1)



$$\vec{j} = \underbrace{j(r)}_{<0}\,\vec{e_r}$$

$$I = -\iint \underbrace{\vec{j}}_{<0} \cdot d\vec{S}$$

surface ⊥ à $\vec{j}$ (demi-sphère de rayon r)

$$= -j(r) \times \frac{4\pi r^2}{2}$$

$$\boxed{\vec{j} = \frac{-I}{2\pi r^2}\,\vec{e_r}}$$

vecteur courant dans le sol

2) loi d'Ohm locale : $\vec{j} = \gamma \vec{E}$

donc $\boxed{\vec{E} = -\frac{I}{2\pi r^2 \gamma}\,\vec{e_r}}$ champ $\vec{E}$ dans le sol

3) $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\, V = -\frac{dV}{dr}\vec{e_r} = -\frac{I}{2\pi r^2 \gamma}\vec{e_r} \Rightarrow \frac{dV}{dr} = \frac{I}{2\pi r^2 \gamma} \Rightarrow V(r) = \frac{-I}{2\pi r \gamma} + A$

$$U = V(r = d + p/2) - V(r = d - p/2)$$

$$= \frac{-I}{2\pi\gamma(d + p/2)} - \frac{-I}{2\pi\gamma(d - p/2)} = \frac{-I}{2\pi\gamma}\,\frac{[(d - p/2) - (d + p/2)]}{(d^2 - (p/2)^2)}$$

$$= \frac{Ip}{2\pi\gamma\left(d^2 - \cancel{(p/2)^2}\right)} \Rightarrow \boxed{U = \frac{Ip}{2\pi\gamma d^2} > 0}$$

$p \ll d$

4)

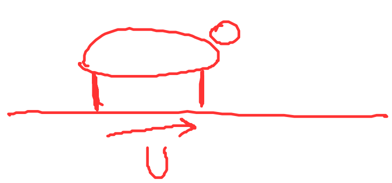
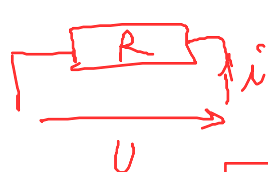


schéma équivalent



$U = R\,i$ ← i dans le corps de la vache

$$i = \frac{U}{R} = \frac{Ip}{2\pi\gamma d^2 R} < i_{max} \Rightarrow \boxed{d > \sqrt{\frac{Ip}{2\pi\gamma R\, i_{max}}} = d_{min}}$$

p plus petit pour un être humain

condition de sécurité

.