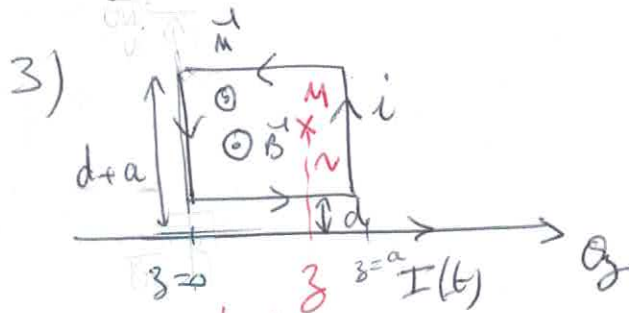


V) ligne à haute tension

1) $I(t) = \sqrt{2} I_e \cos(2\pi f t)$
 amplitude = valeur efficace
 fois $\sqrt{2}$

2) $\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I(t) \vec{e}_\theta}{2\pi r}$

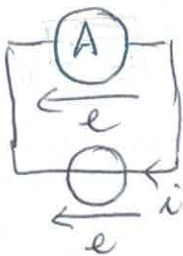


Un point M dans la spire carrée et repéré par r et z soit $dS(M) = dr \times dz$ avec r qui varie de $r=d$ à $r=d+a$
 z " " de $z=0$ à $z=a$

$\Phi = N \iint \vec{B}(M) \cdot d\vec{S}(M) = N \iint \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi r} \vec{e}_\theta \times d\vec{r} \times d\vec{z} \cdot \vec{e}_\theta = \frac{N \mu_0 I(t)}{2\pi} \int_d^{d+a} \frac{dr}{r} \int_0^a dz$
 soit $\boxed{\Phi = \frac{N \mu_0 I(t) a}{2\pi} \ln\left(\frac{d+a}{d}\right) = \frac{N \mu_0 I_e a \sqrt{2}}{2\pi} \ln\left(\frac{d+a}{d}\right) \cos(2\pi f t)}$

loi de Faraday: $e = - \frac{d\Phi}{dt} = \frac{N \mu_0 I_e a \sqrt{2}}{2\pi} f \ln\left(\frac{d+a}{d}\right) \sin(2\pi f t)$

schéma électrique équivalent:



la tension aux bornes de l'ampoule est e

soit $e = \underbrace{\frac{N \mu_0 a I_e f \ln\left(\frac{d+a}{d}\right)}{2\pi}}_{\text{valeur efficace}} \times \underbrace{\sqrt{2}}_{\text{amplitude}} \sin(2\pi f t)$

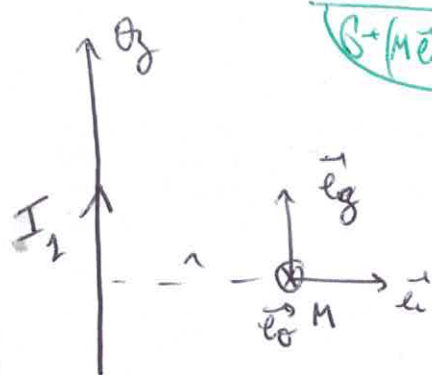
l'ampoule s'allume pour $\frac{N \mu_0 a I_e f \ln\left(\frac{d+a}{d}\right)}{2\pi} > U_{\text{lim}} = 15V$

d'où $\boxed{N > \frac{U_{\text{lim}}}{\mu_0 a I_e f \ln\left(\frac{d+a}{d}\right)}}$

VI) Spire courbée

1/2

1)



$$B^+ (M \vec{e}_r \vec{e}_\theta)$$

$M \in B^+ (M \vec{e}_r \vec{e}_\theta)$
 donc $\vec{B}(M) \perp \alpha B^+$
 donc $|\vec{B}(M)|$ selon $\vec{e}_\theta$

$$\|\vec{B}(M)\| = \|\vec{B}(r, \theta, z)\|$$

invariances par rotation et translation

$$\text{soit } \boxed{\vec{B}(M) = B(r) \vec{e}_\theta}$$

(les lignes de champ sont des cercles centrés sur Oz)

On choisit pour contour d'Ampère, un cercle de rayon r centré sur Oz :



$$\begin{aligned} \oint \vec{B}(M) \cdot d\vec{OM} &= \oint B(r) \vec{e}_\theta \cdot r d\theta \vec{e}_\theta \\ &= B(r) r \int_0^{2\pi} d\theta = 2\pi r B(r) \end{aligned}$$

On applique le th. d'Ampère : $\oint = \mu_0 I_{\text{enclos}}$ ici $I_{\text{enclos}} = + I_2$

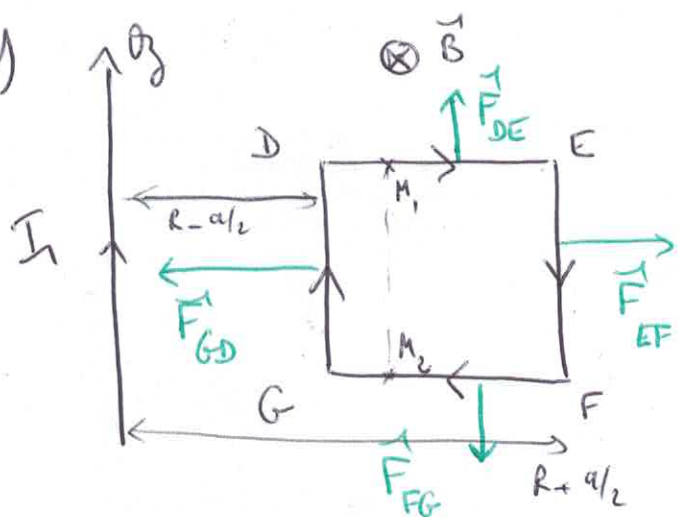


donc $B(r) 2\pi r = \mu_0 I_2$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \vec{e}_\theta}$$

I_2 et $\vec{u}$ dans le même sens

2)



$\vec{F}_{DE}$ et $\vec{F}_{FG}$ se compensent (car le champ $\vec{B}$ est le même en 2 points M_1 et M_2 et les courants vont dans les sens contraires)

$$\text{soit } \vec{F}_{DE} + \vec{F}_{FG} = \vec{0}$$

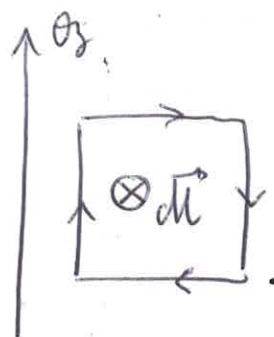
$$\vec{F}_{EF} = I_2 \vec{EF} \wedge \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(R + \frac{a}{2})} \vec{e}_\theta = I_2 (-a \vec{e}_y) \wedge \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(R + \frac{a}{2})} \vec{e}_\theta = \frac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi(R + \frac{a}{2})} \vec{e}_z$$

$$\vec{F}_{GD} = I_2 \vec{GD} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(R - \frac{a}{2})} \vec{e}_\theta = I_2 a \vec{e}_\theta = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(R - \frac{a}{2})} \vec{e}_\theta = - \frac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi(R - \frac{a}{2})} \vec{e}_r$$

$$\vec{F}_{total} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi} \vec{e}_r \left[\frac{1}{R + \frac{a}{2}} - \frac{1}{R - \frac{a}{2}} \right]$$

$$\boxed{\vec{F}_{total} = - \frac{\mu_0 I_1 I_2 a^2}{2\pi \left(R^2 - (a/2)^2 \right)} \vec{e}_r}$$

$$3) \vec{dl} = I_2 a^2 (\vec{e}_\theta)$$



$$\vec{dl} \cdot \vec{grad} = I_2 a^2 \frac{1}{r} \frac{d}{d\theta}$$

$$\begin{aligned} (\vec{dl} \cdot \vec{grad}) \vec{B} &= I_2 \frac{a^2}{r} \frac{d}{d\theta} \left(\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \vec{e}_\theta \right) \quad \left. \begin{aligned} \frac{d\vec{e}_r}{d\theta} &= \vec{e}_\theta \\ \frac{d\vec{e}_\theta}{d\theta} &= -\vec{e}_r \end{aligned} \right\} B \\ &= - \frac{\mu_0 I_1 I_2 a^2}{2\pi r^2} \vec{e}_r \end{aligned}$$

La force s'applique au centre de la spire soit en $r = R$

$$\text{d'où } \boxed{\vec{F}_{spire} = - \frac{\mu_0 I_1 I_2 a^2}{2\pi R^2} \vec{e}_r}$$

L'expression $\vec{F} = (\vec{dl} \cdot \vec{grad}) \vec{B}$ est la force moyenne exercée sur la spire, son expression est une approximation, la force réelle est égale à la force de Laplace résultante. Mais les deux expressions sont très proches pour $a \ll R$.