Révisions de thermodynamique

I. **Correction: exo I: détendeur**

1. Détente de Joule Thomson (pas de pièce mobile et adiabatique): $h_1 = h(T_2, P_2)$ soit $2,21T_2 + 539 = 1120$ soit $T_2 = \dfrac{1120 - 539}{2,21} = 263\ K$.

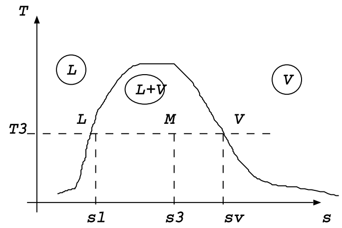
2. Je note c les vitesses du fluide pour ne pas les confondre avec v les volumes massiques données dans l'énoncé.

$q_m = \rho c S = \dfrac{Sc}{v}$ soit $c = \dfrac{q_m v}{S}$. AN: $c_1 = 0,21\ m.s^{-1}$ et $c_2 = 5,75\ m.s^{-1}$ avec $v_2 = v(T_2 = 263\ K, P_2) = 0,46\ m^3.kg^{-1}$.

Les énergies cinétiques massiques sont $e_c = \dfrac{c^2}{2}$. AN: $e_{c1} = 0,022\ J.kg^{-1}$ et $e_{c2} = 0,11\ J.kg^{-1}$. Ces énergies sont très petites devant les enthalpies massiques.

3. On applique le second principe: $S_2 - S_1 = S_e + S_c$ avec $S_e = 0$ car la détente est adiabatique d'où $S_c = q_m dt(s(T_2 = 263\ K, P_2) - s_1)$ d'où l'entropie créée par unité de temps: $q_m(s(T_2, P_2) - s_1) = 48,4\ kJ.K^{-1}.s^{-1} > 0$: la détente est irréversible.

4. **4.a.** La détente $1 - 3$ est adiabatique réversible, cela signifie qu'elle est isentropique: $s_3 = s_1 = 9,10\ kJ.K^{-1}.kg^{-1}$: l'entropie s_3 est comprise entre l'entropie du liquide et de la vapeur ($s_l < s_3 < s_v$) donc le fluide est sous la forme d'un mélange liquide-vapeur.



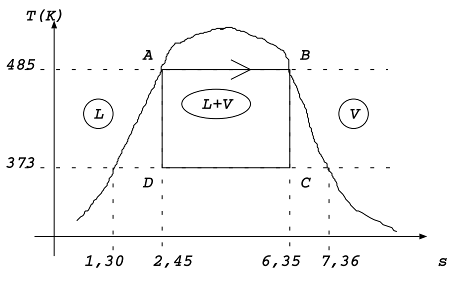
On applique le théorème des moments: $x_v = \dfrac{LM}{LV} = \dfrac{s_3 - s_l}{s_v - s_l} = \dfrac{9,10 - 5,39}{10,4 - 5,39} = 0,74$.

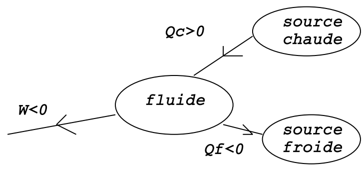
4.b. $h_3 = x_v h_v + (1 - x_v)h_l = 196,8\ kJ.kg^{-1}$.

4.c. On applique le premier principe industriel au fluide entre 1 et 3 (la transformation est adiabatique donc la puissance thermique est nulle): $q_m(h_3 - h_1) = P_{th} + P_u = P_u = -2030\ kW$. On peut donc récupérer une puissance mécanique de 2030 kW

II. **Correction: exo VIII machine thermique**

1. Le cycle est décrit dans le sens horaire, c'est un moteur. Les transformations BC et DA sont adiabatiques (entropie échangée nulle) et réversibles (entropie créée nulle) donc ce sont des isentropiques.





2. BC est isentropique: $s_B = s_C$ avec $s_B = s_v(485\ K) = 6,35\ J.K^{-1}.kg^{-1}$ et $s_C = x_v s_v(373\ K) + (1 - x_v)s_l(373\ K)$ d'où $x_{vC} = \dfrac{6,35 - 1,30}{7,36 - 1,30} = 0,83$ (on reconnaît le théorème des moments, on peut aussi appliquer le théorème directement!).

DA est isentropique: $x_{vD} = \dfrac{s_D - s_l(373)}{s_v(373) - s_l(373)} = 0,19$.

3. $h_A = h_l(485) = 909$, $h_B = h_v(485) = 2801$, $h_C = x_{vC}h_v(485) + (1 - x_{vC})h_l(485) = 2290$ et $h_D = x_{vD}h_v(373) + (1 - x_{vD})h_l(373) = 847$ (en $kJ.kg^{-1}$).

4. Le contact avec la source chaude se fait entre A et B. On applique le principe industriel entre A et B (pas de travail utile entre A et B, c'est un simple échangeur thermique sans pièce mobile): $\Delta h_{AB} = h_B - h_A = q_{AB} = 1890\ kJ.kg^{-1} > 0$ c'est bien q_c.

Le contact avec la source froide se fait entre C et D. On applique le principe industriel entre C et D (pas de travail utile entre C et D, c'est un simple échangeur thermique sans pièce mobile): $\Delta h_{CD} = h_D - h_C = q_{CD} = -1442\ kJ.kg^{-1} < 0$ c'est bien q_f.

Il n'y a pas de transfert thermique pour les transformations BC et DA donc $q_{cycle} = q_{AB} + q_{CD} = 450\ kJ.kg^{-1}$. Pour un cycle $\Delta h_{cycle} = q_{cycle} + w_{u,cycle} = 0$ soit $w_{u,cycle} = -450\ kJ.kg^{-1} < 0$: c'est bien un moteur.

Le rendement d'un moteur est $r = \dfrac{-w_{u,cycle}}{q_c} = 0,24$.

III. Correction: exo XII sédimentation

Je choisis l'axe Oz vertical ascendant.

1. La masse d'une particule est $m = \dfrac{M}{N_a} = 1,13.10^{-22}\ kg$.

Le poids de la particule s'écrit $P = mg$.

La poussée d'Archimède en norme s'écrit $F_a = \dfrac{4}{3}\pi a^3 \rho_{eau} g$.

Le rapport de la poussée d'Archimède sur le poids est $\dfrac{F_a}{P} = \dfrac{\frac{4}{3}\pi a^3 \rho_{eau} g}{mg} = \dfrac{4\pi a^3 \rho_{eau}}{3m} = 0,04 << 1$.

On néglige la poussée d'Archimède, la particule subit son poids et la force de viscosité et à la vitesse limite, la somme des forces est nulle soit $m\vec{g} - 6\pi\eta a \vec{v_l} = \vec{0}$ soit $\vec{v_l} = \dfrac{m}{6\pi\eta a}\vec{g}$.

2. **2.a.** A cause du poids, les particules se dirigent vers le bas. On a donc un vecteur densité de courant dû à la gravité de la forme $\vec{j_g} = n\vec{v_l} = -nv_l\vec{e_z}$.

Le flux est le nombre de particules qui traverse S par unité de temps soit $\phi_g = j_g S$ soit $\phi_g = nv_l S = \dfrac{nmgS}{6\pi\eta a}$.

2.b. Les particules tombent, il y a donc plus de particules en bas qu'en haut et il se produit de la diffusion de bas vers le haut selon la loi de Fick: $\vec{j_D} = -D\overrightarrow{\text{grad}}n = -D\dfrac{dn}{dz}\vec{e_z}$. Le flux de particules qui traversent S par diffusion est $\phi_d = -D\dfrac{dn}{dz}S$.

2.c. En régime permanent, la densité de particules ne dépend pas du temps, le flux montant ϕ_g (par gravité) est égal au flux descendant ϕ_d (par diffusion) soit $\phi_d = \phi_g$ donne $\dfrac{nmgS}{6\pi\eta a} = -D\dfrac{dn}{dz}S$ d'où $\dfrac{dn}{dz} + \dfrac{mg}{6\pi\eta a D}n = 0$ de solution $n(z) = n(0)e^{-z/\delta}$ avec $\delta = \dfrac{6\pi\eta a D}{mg}$.

D'après la statistique de Boltzmann, on a $n(z) = n_0 e^{-E_p/k_BT}$ où E_p est l'énergie potentielle d'une particule soit ici l'énergie potentielle de pesanteur $E_p = mgz$ soit $n(z) = n_0 e^{-mgz/k_BT} = n_0 e^{-z/\delta}$. Par identification on a donc $\dfrac{mg}{k_BT} = \dfrac{1}{\delta} = \dfrac{mg}{6\pi\eta a D}$ donc $6\pi\eta a D = k_B T$ soit $\eta = \dfrac{k_BT}{6\pi a D} = 3,0.10^{-3}\ Pa.s$.

2.d. La vitesse limite est $v_l = \dfrac{mg}{6\pi\eta a} = 2.10^{-11}\ m/s$.

Le nombre de Reynolds permet de vérifier l'expression de la force de traînée: pour un petit nombre de Reynolds, la force de trainée est proportionnelle à v et pour un grand nombre de Reynolds, la force de trainée est proportionnelle à v^2.

Ici le nombre de Reynolds vaut $Re = \dfrac{\rho v 2a}{\eta} = \dfrac{1000.2.10^{-11}.2.10^{-9}}{3.10^{-3}} = 1,3.10^{-14} << 1$: cela confirme l'expression de la force de viscosité.