

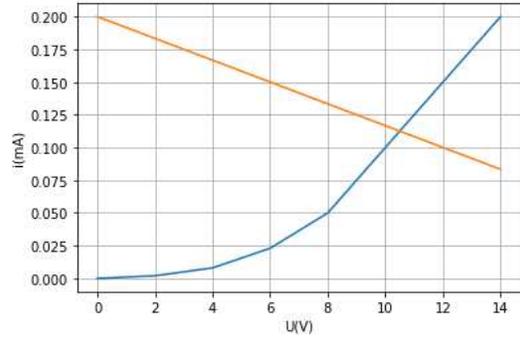
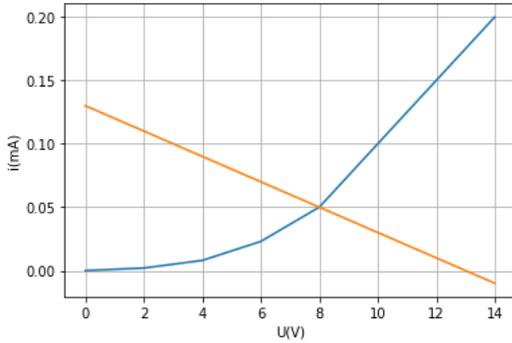
I. Correction exercice II: source de courant commandée en tension

Millman en $-$: $v^- = \frac{R_2 v_e + R_1 v_s}{R_1 + R_2}$ soit $(R_1 + R_2)v^- = R_2 v_e + R_1 v_s$

Millman en $+$: $v^+ = v = \frac{\frac{v_s}{R_4}}{\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_u} + \frac{1}{R_3}}$ soit $v_s = (1 + \frac{R_4}{R_u} + \frac{R_4}{R_3})v_e$

avec $v = v^- = v^+$ donc $(R_1 + R_2)v = R_2 v_e + R_1(1 + \frac{R_4}{R_u} + \frac{R_4}{R_3})v_e$ soit $v = \frac{R_2 v_e}{R_2 - \frac{R_1 R_4}{R_3} - \frac{R_1 R_4}{R_u}}$.

II. Correction exercice III: caractéristique



III. Correction exercice IV: Mesure d'une inductance

$U_A = Ri$ et $U_B = -L \frac{di}{dt}$ soit $U_B = -\frac{L}{R} \frac{dU_A}{dt}$: la tension U_B est la dérivée de la tension U_A .

On en déduit $L = -\frac{RU_B}{\frac{dU_A}{dt}} = 10 \text{ mH}$ avec $U_B = 10 \text{ mV}$ pour $\frac{dU_A}{dt} = -\frac{4}{40 \cdot 10^{-3}} = -100 \text{ V} \cdot \text{s}^{-1}$.

IV. Correction exercice VII: Portrait de phase

Le portrait de phase est décrit dans le sens horaire. Sur le portrait de phase le point à $t = 0^+$ a pour coordonnées: $U = 3 \text{ V}$ et $dU/dt = 0$ et le point pour $t \rightarrow \infty$ a pour coordonnées $U = 0$ et $dU/dt = 0$.

A $t = 0^-$: le condensateur est un interrupteur ouvert et la bobine un fil. On a donc $U(t = 0^-) = E$ et $i(t = 0^-) = 0$.

Le courant dans la bobine et la tension dans un condensateur sont continus donc $U(t = 0^+) = E$ et $i(t = 0^+) = 0 = C \frac{dU}{dt}(t = 0^+)$. Sur le portrait de phase le point à $t = 0^+$ a pour coordonnées: $U = E = 3 \text{ V}$ et $dU/dt = 0$.

Pour $t > 0$: $U(t)$ vérifie l'équation différentielle $\frac{d^2 U}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dU}{dt} + \frac{U}{LC} = \frac{E}{LC}$.

On cherche la solution pour un régime pseudo-périodique soit pour $\Delta = (\frac{R}{L})^2 - \frac{4}{LC} < 0$ soit $r_{\pm} = -\frac{R}{2L} \pm$

$i \sqrt{\frac{1}{LC} - (\frac{R}{2L})^2}$. On pose $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - (\frac{R}{2L})^2}$, la pseudo-pulsation.

On a donc $U(t) = e^{-Rt/2L} (A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t))$.

On utilise le décrément logarithmique: $\delta = \ln(\frac{U(t)}{U(t+T)}) = \ln(e^{+RT/2L}) = \frac{RT}{2L} \approx \frac{RT_0}{2L}$. On a $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC} = 8\pi \cdot 10^{-4} \text{ s}$.

On mesure $\delta = \ln(\frac{3}{1,2}) = 0,92$ et $R = \frac{\delta 2L}{T_0} = 29 \Omega$.

V. Correction exercice IX: filtre actif

1. Millman en + donne $v^+ = \frac{\frac{s}{R_2} + \frac{e}{R_1 + 1/jC\omega}}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1 + 1/jC\omega}}$.

L'ALI fonctionne en régime linéaire car il y a une rétroaction négative, on a donc $v^+ = v^-$ d'où $\frac{s}{R_2} = -\frac{e}{R_1 + 1/jC\omega}$ soit $\underline{H} = \frac{-jR_2C\omega}{1 + jR_1C\omega} = H_0 \frac{j\omega}{\omega_0}$.

Par identification on a $\frac{\omega}{\omega_0} = R_1C\omega$ soit $\omega_0 = \frac{1}{R_1C}$ et $\frac{H_0j\omega}{\omega_0} = -jR_2C\omega$ d'où $H_0 = -\frac{R_2}{R_1}$.

2. $2T_1 = 0,1$ s soit $f_1 = 20$ Hz et $2T_2 = 0,2$ ms soit $f_2 = 10$ kHz.

Les courbes représentent $s(t)$ pour les BF (pour f_1) et pour les HF (pour f_2).

A HF: $\underline{H} = H_0 = -2$ d'après la courbe $s(t)$ pour 100 kHz. soit $R_2 = 2R_1 = 400$ Ω.

A BF: $\underline{H} = \frac{H_0j\omega}{\omega_0} = \frac{s}{e}$ soit $s = \frac{H_0}{\omega_0} \frac{de}{dt}$: filtre dérivateur.

Pour $0 < t < T_1/2$, on a $s = 0,032$ V et on calcule la pente de la courbe $e(t)$ soit $\frac{de}{dt} = \frac{\delta e}{T_1/2} = \frac{2\Delta e}{T_1} = \frac{-2,2}{0,05} = -80$ V.s⁻¹. On utilise $s = \frac{H_0}{\omega_0} \frac{de}{dt}$ soit $\omega_0 = \frac{H_0}{s} \frac{de}{dt} = 5000$ rad.s⁻¹.

Or $\omega_0 = \frac{1}{R_1C}$ d'où $C = \frac{1}{R_1\omega_0} = 1$ μF.

VI. Correction exercice X: résonance en tension

Filtre passe-bas: BF: bobine est un fil et le condensateur est un interrupteur ouvert: $U_c = e$ et HF: le condensateur est un fil et la bobine est un interrupteur ouvert: $U_c = 0$

Diviseur de tension: $\underline{u}_c = \frac{e}{1 + jL\omega(\frac{1}{R} + jC\omega)} = \frac{e}{1 - LC\omega^2 + \frac{jL\omega}{R}} = \frac{e}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + \frac{j\omega}{Q\omega_0}}$.

On en déduit l'amplitude de $u_c(t)$: $U_c = |u_c| = \frac{e}{\sqrt{(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2})^2 + (\frac{\omega}{Q\omega_0})^2}}$. Il y a résonance en tension lorsque le dénominateur est minimal, on cherche ce minimum en dérivant le dénominateur.

On pose $f(x) = (1 - x^2)^2 + \frac{x^2}{Q^2}$ avec $x = \frac{\omega}{\omega_0}$

soit $f'(x) = -4x(1 - x^2) + \frac{2x}{Q^2} = 2x(-2 + 2x^2 + \frac{1}{Q^2}) = 0$ pour $x = 0$ et $x^2 = 1 - \frac{1}{2Q^2} > 0$ pour $Q > \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,7$.

Pour $Q = 0,4$: pas de résonance en tension

Pour Q_2 et Q_3 , il y a résonance en tension et la tension à résonance est d'autant plus grande que Q est grand.

On lit $E = 3$ V, $f_0 \approx 2$ kHz et $Q_3 \approx \frac{U_{cmax}}{E} = \frac{12}{3} = 4$ (en effet à résonance $\omega \approx \omega_0$ et $\underline{u}_c = -jEQ$).

VII. Correction exercice XI: équilibre d'un pont

Diviseur de tension: $U_2 = \frac{Z_2e}{Z_2 + Z_3}$ et $U_1 = \frac{Z_1e}{Z_1 + Z_4}$.

On a $U_{AB} = -U_2 + U_1 = \frac{Z_1Z_3 - Z_2Z_4}{(Z_2 + Z_3)(Z_1 + Z_4)}e$

A l'équilibre $Z_1Z_3 = Z_2Z_4$

On a $Z_1 = (1 - k)R$, $Z_2 = R + \frac{1}{jC\omega}$, $Z_3 = \frac{R}{1 + jRC\omega}$ et $Z_4 = kR$.

A l'équilibre $(1 - k)R \frac{R}{1 + jRC\omega} = kR(R + \frac{1}{jC\omega})$ donne $(1 - 3k)R = jk(R^2C\omega - \frac{1}{C\omega})$ soit $k = 1/3$ et $\omega = \frac{1}{RC}$.

VIII. Correction exercice XII

1. On décompose $U_e(t)$ en trois tensions de fréquences différentes: $U_1(t) = 3$ de fréquence $f_1 = 0 \text{ Hz}$, $U_2(t) = 2 \sin(2\pi 800t)$ de fréquence $f_2 = 800 \text{ Hz}$ et $U_3(t) = 4 \sin(2\pi 8000t)$ de fréquence $f_3 = 8000 \text{ Hz}$. Je note U_{s1} , U_{s2} et U_{s3} , les tensions de sortie associées à ces trois tensions d'entrée.

Le filtre est un filtre passe bande donc il coupe les basses fréquences donc $U_{s1} = 0$

Sur les diagrammes de Bode on lit ϕ et G_{dB} pour les fréquences f_2 et f_3 . On en déduit $G = 10^{G_{dB}/20}$.

Pour $f_2 = 800 \text{ Hz}$: $\phi = 0,8 \text{ rad}$ et $G_{dB} = -13 \text{ dB}$ soit $G = 10^{-13/20} = 0,22$ et $U_{s2} = 2,0,22 \sin(2\pi 800t + 0,8)$

Pour $f_3 = 8000 \text{ Hz}$: $\phi = -0,75 \text{ rad}$ et $G_{dB} = -10 \text{ dB}$ soit $G = 10^{-10/20} = 0,32$ et $U_{s3} = 4,0,32 \sin(2\pi 8000t - 0,75)$

La tension de sortie s'écrit $U_s(t) = U_{s1} + U_{s2} + U_{s3}$ car le filtre est linéaire.

2. Pour chaque fonction de transfert proposé, on étudie sa limite aux BF et HF pour déterminer la nature du filtre.

$$\text{Pour } \underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f})}:$$

A BF et à HF: $\underline{H} = 0$: le filtre coupe les BF et les HF, c'est un filtre passe bande.

$$\text{Pour } \underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ\frac{f}{f_0} - (\frac{f}{f_0})^2}:$$

A BF: $\underline{H} = H_0$: le filtre laisse passer les BF

A HF: $\underline{H} = 0$: le filtre coupe les HF

Ce filtre est un filtre passe bas.

$$\text{Pour } \underline{H} = H_0 \frac{j\frac{f}{f_0}}{1 + j\frac{f}{f_0}}$$

A BF: $\underline{H} = 0$: le filtre coupe les BF

A HF: $\underline{H} = H_0$: le filtre laisse passer les HF

Ce filtre est un filtre passe haut.

$$\text{Le filtre étudié est un passe bande de fonction de transfert } \underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f})}.$$

f_0 désigne la fréquence de résonance (fréquence du maximum) et pour $f = f_0$, $\underline{H} = H_0$. On lit $f_0 = 3 \text{ kHz}$ et $g_{dB}(3 \text{ kHz}) = -9 \text{ dB}$ soit $H_0 = G(3 \text{ kHz}) = 10^{-9/20} = 0,35$.

On trouve Q en utilisant la bande passante. On a $Q = \frac{f_0}{\Delta f}$. On trouve les fréquences de coupure en cherchant les fréquences pour lesquelles $G_{dB} = G_{dBmax} - 3 \text{ dB}$. Ici $G_{dB} = -9 - 3 = -12$ pour $f = 1000 \text{ Hz}$ et $f' = 9000 \text{ Hz}$. On a donc $Q = \frac{3000}{9000 - 1000} \approx 0,4$.

IX. Correction exercice XIII: dipole inconnu

1. On mesure $U_{1m} = 3 \text{ V}$ et $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,02} = 314 \text{ rad.s}^{-1}$.

2. $U_{2m} = 1,9 \text{ V}$ et $\phi_{2/1} = -\omega\Delta t < 0$ car U_2 est en retard par rapport à U_1 avec $\Delta t = 2 \text{ ms}$ soit $\phi \approx -0,63 \text{ rad}$.

Un circuit est dit inductif (comme pour une bobine) lorsque le courant est en retard par rapport à la tension (dans une bobine u_L est en avance de $\pi/2$ par rapport à i_L). Ici la tension U_2 aux bornes de R est égale à Ri donc U_2 est proportionnelle à i . U_2 en retard par rapport à U_1 veut dire i en retard par rapport à U_1 : circuit inductif.

3. On calcule $\frac{U_2}{U_1}$, on en prend le module, cela donne le rapport des amplitudes et on en prend l'argument, cela donne le déphasage de U_2 par rapport à U_1 .

$$\text{Diviseur de tension: } \frac{U_2}{U_1} = \frac{R}{R + \underline{Z}} = \frac{R}{R + X + jY}.$$

Module: $\frac{U_{2m}}{U_{1m}} = \frac{R}{\sqrt{(R+X)^2 + Y^2}}$

Argument: $\phi_{2/1} = \arg\left(\frac{U_2}{U_1}\right) = \arg\left(\frac{R}{R+X+jY}\right) = \arg(R) - \arg(R+X+jY) = 0 - \arctan\left(\frac{Y}{R+X}\right)$ soit

$\tan \phi_{2/1} = -\frac{Y}{R+X}$

$\frac{U_{2m}}{U_{1m}} = \frac{R}{\sqrt{(R+X)^2 + Y^2}} = \frac{R}{\sqrt{(R+X)^2 + (R+X)^2 \tan^2 \phi_{2/1}}} = \frac{R \cos \phi_{2/1}}{(R+X)}$, on en déduit $R+X =$

$\frac{R \cos \phi_{2/1} U_{1m}}{U_{2m}} = 190 \Omega$ donc $X = 40 \Omega$.

Et on en déduit $Y = -(R+X) \tan \phi_{2/1} = 140 \Omega$.

X. Correction exercice XVIII: détecteur de métaux

1. $v_L(t) = ri + L \frac{di}{dt} + M \frac{di_m}{dt}$ et $v_m = 0 = L_m \frac{di_m}{dt} + M \frac{di}{dt}$ soit $\frac{di_m}{dt} = -\frac{M}{L_m} \frac{di}{dt}$.

On a donc $v_L(t) = ri + L \frac{di}{dt} - \frac{M^2}{L_m} \frac{di}{dt} = ri + L' \frac{di}{dt}$ avec $L' = L(1 - \frac{M^2}{LL_m})$.

2. $f_d - f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \left(\left(1 - \frac{M^2}{LL_m}\right)^{-1/2} - 1 \right) \approx f_r \frac{M^2}{2LL_m}$.

3. Après le multiplieur on a $v(t) = \frac{v_{r0} v_{d0}}{2} (\cos(2\pi(f_d - f_r)t) + \cos(2\pi(f_d + f_r)t))$.

On veut conserver la composante de fréquence $f_d - f_r$, il faut utiliser un filtre passe-bas dont la fréquence de coupure est comprise entre $f_d - f_r$ et $f_r + f_d \approx 2f_r$. Filtre RLC aux bornes de C .

4. $6T = 40 \text{ ms}$ soit $f = \frac{1}{T} = 150 \text{ Hz}$. L'enveloppe du signal est la composante à BF soit $f_d - f_r = 150 \text{ Hz}$ et $f_d + f_r = 2f_r + 150$