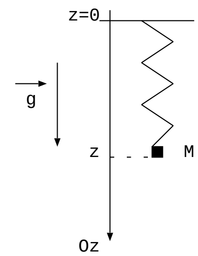
Interrogation de rentrée 2024

I. **Energie mécanique**

Le ressort a pour constante de raideur k et pour longueur à vide l_0.

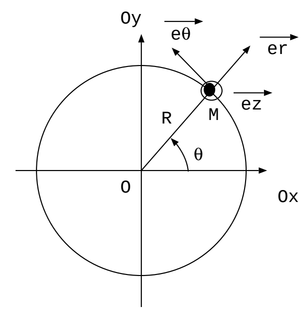


1. Exprimer l'énergie mécanique du point matériel M de masse m en fonction de z, $\dot{z}$ et des données.

2. On néglige tout frottement. Que dire de E_m? En déduire l'équation différentielle vérifiée par z.

II. **Mouvement circulaire**

Soit un point matériel M qui décrit un cercle de centre O et rayon R. On note θ l'angle que fait le rayon vecteur $\overrightarrow{OM}$ par rapport à Ox. On note la base polaire $(\overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta}, \overrightarrow{e_z})$.



1. Ecrire les vecteurs position $\overrightarrow{OM}$, vitesse $\overrightarrow{v}(M)$ et accélération $\overrightarrow{a}(M)$ dans le référentiel d'étude supposé galiléen en fonction des vecteurs de base, de R, θ et de ses dérivées par rapport au temps.

2. Le point M est un satellite de masse m attiré par la Terre de masse M_T, immobile au point O. On néglige tout frottement. On note $\mathcal{G}$ la constante de gravitation universelle.

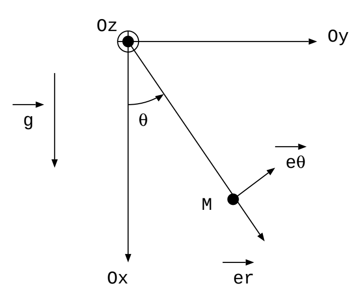
2.a. Représenter et exprimer la force exercée sur le satellite.

2.b. Déduire de la RFD appliquée au satellite l'expression de la norme v de la vitesse du satellite et de la période T de son mouvement de rotation.

2.c. Exprimer l'énergie mécanique du satellite en fonction de m, M_T, R et de la constante de gravitation $\mathcal{G}$.

III. **Pendule**

Soit un pendule simple de longueur l et de masse m suspendu au point O. On néglige tout frottement. Le pendule subit en plus des forces habituelles, une force de la forme $\overrightarrow{F} = F\overrightarrow{e_y}$ avec $F > 0$. Le référentiel d'étude est supposé galiléen.



1. Représenter les forces qui s'exercent sur M et exprimer le moment de ces forces par rapport à O.

2. Exprimer le moment cinétique de M par rapport à O.

3. Déduire du théorème du moment cinétique, l'équation différentielle vérifiée par θ.

4. Aux petits angles, on a $\cos\theta \approx 1$ et $\sin\theta \approx \theta$.

4.a. Montrer que θ vérifie une équation de la forme: $\ddot{\theta} + \omega_0^2\theta = \omega_0^2\theta_e$.

Exprimer ω_0 et θ_e en fonction de g, l, m et F.

4.b. A l'instant initial $t = 0$, on abandonne le pendule sans vitesse initiale dans la position verticale soit $\theta(t = 0) = 0$. Résoudre l'équation différentielle pour trouver $\theta(t)$ et tracer la courbe $\theta(t)$ associée.