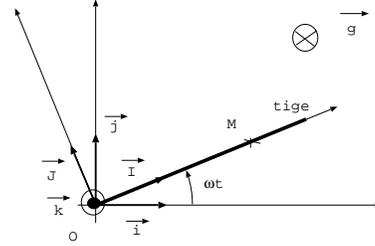


# TD cinématique des changements de référentiel

## I. Anneau sur une tige

Une tige horizontale de longueur  $l$  est soudée en  $O$  à un axe vertical  $Oz$  tournant à la vitesse angulaire  $\omega$  constante. Un anneau assimilé à un point matériel  $M$  peut glisser sans frottement sur la tige. On étudie le mouvement de l'anneau dans le référentiel lié à la tige  $\mathcal{R}'(O, \vec{I}, \vec{J}, \vec{k})$  ( $(O, \vec{I})$  désigne la direction de la tige). On note  $X$  l'abscisse de  $M$  sur la tige.

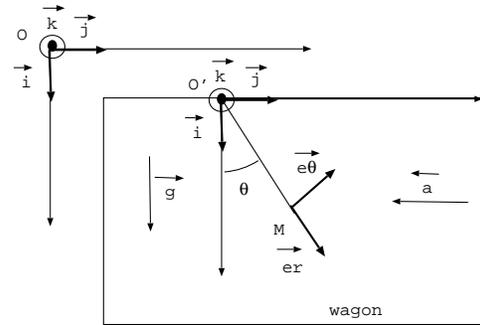


$\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  est le référentiel fixe lié au sol.

1. Quel est le mouvement de  $M$  dans  $\mathcal{R}'$ ? en déduire l'expression de sa vitesse relative et de son accélération relative dans la base  $(\vec{I}, \vec{J})$ .
2. Préciser le mouvement de  $\mathcal{R}'$  par rapport à  $\mathcal{R}$ . En déduire l'expression de l'accélération d'entraînement et de l'accélération de Coriolis de  $M$  en fonction des données dans la base  $(\vec{I}, \vec{J})$ .

## II. Pendule dans un train

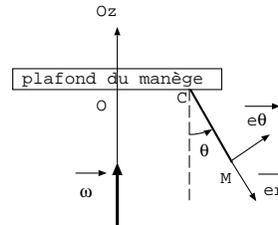
Un pendule est constitué d'un point matériel  $M$  suspendu par un fil de longueur  $l$  accroché en  $O'$  au plafond d'un train. Le train est animé d'un mouvement rectiligne uniformément accéléré d'accélération  $\vec{a} = -a\vec{j}$  (avec  $a > 0$ ). Soit  $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  le référentiel lié à la terre et  $\mathcal{R}'(O', \vec{i}', \vec{j}', \vec{k}')$  le référentiel lié au train. On note  $\theta$  l'angle entre le fil et la verticale descendante.



1. Quel est le mouvement de  $M$  dans  $\mathcal{R}'$ ? en déduire l'expression de sa vitesse relative et de son accélération relative dans la base  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ .
2. Préciser le mouvement de  $\mathcal{R}'$  par rapport à  $\mathcal{R}$ . En déduire l'expression de l'accélération d'entraînement et de l'accélération de Coriolis de  $M$ .

## III. Pendule dans un manège

Soit un manège en rotation à la vitesse angulaire  $\omega$  constante autour de l'axe vertical  $Oz$ . Un pendule assimilé à un point matériel  $M$  accroché à un fil de longueur  $l$  est suspendu au plafond du manège en un point  $C$  (on note  $d = OC$ ). Soit  $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  le référentiel lié à la terre et  $\mathcal{R}'(O, \vec{i}', \vec{j}', \vec{k}')$  le référentiel lié au manège. On note  $\theta$  l'angle entre le fil et la verticale descendante.



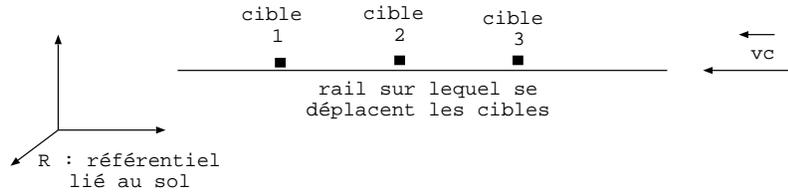
1. Quel est le mouvement de  $M$  dans  $\mathcal{R}'$ ? en déduire l'expression de sa vitesse relative et de son accélération relative dans la base  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ .
2. Préciser le mouvement de  $\mathcal{R}'$  par rapport à  $\mathcal{R}$ . En déduire l'expression de l'accélération d'entraînement de  $M$  en fonction de  $\omega$ ,  $l$ ,  $d$  et  $\theta$  dans la  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ .

## IV. La fête foraine

A la fête foraine, des cibles se déplacent sur un rail rectiligne à la vitesse constante  $\vec{v}_c$  par rapport au sol.

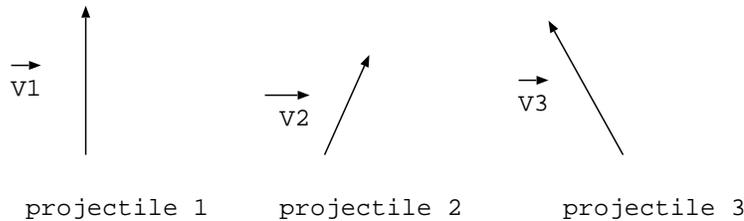
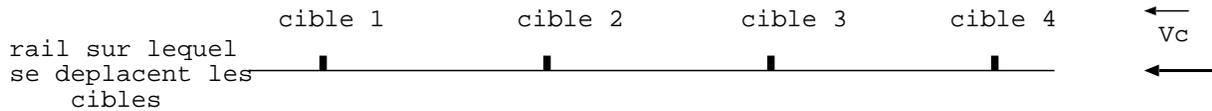
Trois enfants envoient des projectiles différents au même instant  $t$ , avec des vitesses  $\vec{v}_1$ ,  $\vec{v}_2$  et  $\vec{v}_3$  par rapport au sol.

On définit le référentiel  $\mathcal{R}$  lié au sol et le référentiel  $\mathcal{R}'$  lié aux cibles ayant pour origine la cible 1.



1. Préciser le mouvement de  $\mathcal{R}'$  dans  $\mathcal{R}$ . Ecrire la loi de composition des vitesses en précisant l'expression de la vitesse d'entraînement d'un point  $M$ .

2. On donne la position des cibles, la position des projectiles et leur vitesse dans  $\mathcal{R}$  à l'instant  $t$  (on néglige les frottements et l'action de la pesanteur donc la vitesse des projectiles par rapport au sol est constante). Compléter le schéma en traçant les vecteurs vitesses des projectiles à l'instant  $t$  par rapport à  $\mathcal{R}'$  et en déduire les trajectoires des projectiles par rapport aux cibles. En déduire les cibles atteintes.



Réponses: les cibles 2 et 4 sont atteintes

## V. Traversée d'un tapis roulant

Lors d'un jeu télévisé, un joueur A doit traverser un tapis roulant de largeur  $d$ , pour donner un paquet à un second joueur B. Le tapis se déplace à une vitesse constante  $\vec{v}_t$  par rapport au sol. Lorsque le joueur court sur le tapis, sa vitesse par rapport au tapis a pour norme  $\vec{v}_j$  constante. On note  $A'$  le point de l'autre côté du tapis en face du joueur A.

On note  $\mathcal{R}(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  le référentiel lié au sol et  $\mathcal{R}'(O', \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ .

1. Ecrire la loi de composition des vitesses pour un point  $M$ .

2. Le joueur A se déplace avec une vitesse perpendiculaire au bord du tapis,  $\vec{v}_j$  par rapport à  $\mathcal{R}'$ . Exprimer la distance  $A'B$  où  $B$  est la position du joueur qui réceptionne le paquet ? Quelle distance a parcouru le joueur A sur le tapis ? Quelle distance a parcouru le joueur A par rapport au sol ? Quel est le temps  $t_1$  de traversée du tapis ?

3. Pour le deuxième essai, le joueur B est posté en  $A'$ , en face du joueur A. Dans quelle direction A doit-il courir ? Quelle distance a parcouru le joueur A sur le tapis ? Quelle distance a parcouru le joueur A par rapport au sol ? Quel est le temps de traversée  $t_2$  ?

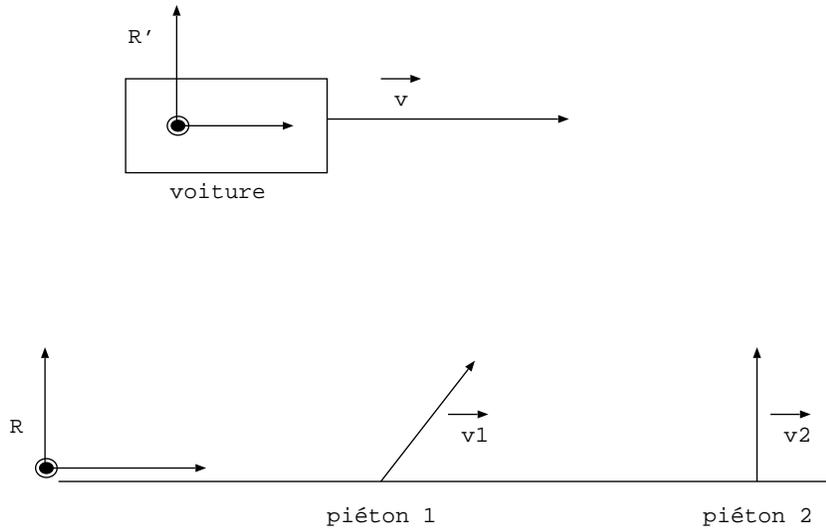
Réponses: 1-  $A'B = \frac{dv_t}{v_j}$  et  $t_1 = \frac{a}{v_j}$  2-  $t_2 = \frac{d}{\sqrt{v_j^2 - v_t^2}}$

## VI. Traversée d'une route

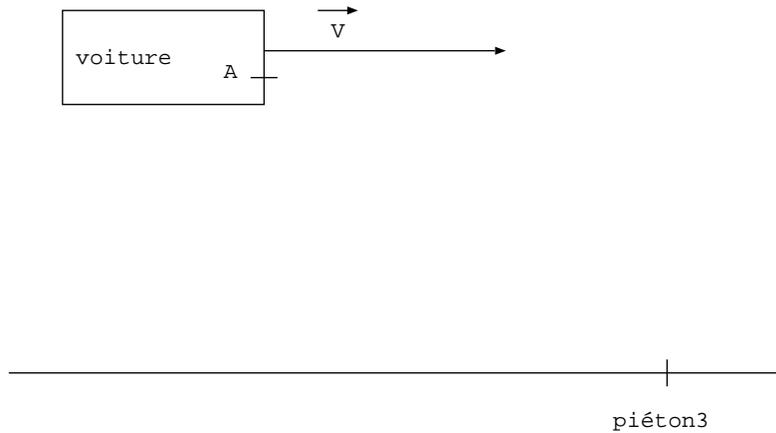
Deux piétons  $P_1$  et  $P_2$  traversent une route et partent à un même instant  $t$  avec des vitesses constantes  $\vec{v}_1$  et  $\vec{v}_2$  par rapport au sol. A ce même instant, une voiture se trouve sur la chaussée et avance à vitesse constante  $\vec{v}$  par rapport au sol (mouvement rectiligne uniforme).

On définit le référentiel  $\mathcal{R}$  lié au sol et le référentiel  $\mathcal{R}'$  lié à la voiture.

1. Préciser le mouvement de  $\mathcal{R}'$  dans  $\mathcal{R}$ . Ecrire la loi de composition des vitesses en précisant l'expression de la vitesse d'entraînement d'un point  $M$ .
2. Compléter le schéma en portant les vitesses des piétons dans  $\mathcal{R}'$ . En déduire les trajectoires des piétons  $P_1$  et  $P_2$  par rapport à la voiture (trajectoires vues par le conducteur de la voiture). Les piétons sont-ils en danger?



3. Le piéton 3 percute la voiture en  $A$ , construire un vecteur vitesse  $\vec{v}_2$  par rapport au sol correspondant à cette situation.



Réponses: 2-  $P_2$  est en danger