# TD de dynamique terrestre

## I. Rotation de la Terre

Quelle devrait être la période $T$ de rotation de la Terre sur elle-même pour que le champ de pesanteur soit nul en tout point de l'équateur ? Calculer la durée du jour correspondante. Donnée : $R_T = 6370\ km$.

*Réponse :* $T = 83\ min\ 46\ s$

## II. Force de Coriolis sur un avion

Un avion vole le long d'un méridien en se déplaçant du nord vers le sud à la latitude nord $\lambda = 35^0$ avec une vitesse de 1000 $km/h$ relativement au référentiel terrestre. On donne $g = 10\ m/s^2$.

Déterminer le sens et la direction de la force de Coriolis exercée sur l'avion. Que se passe-t-il si l'avion vole à la latitude sud $\lambda = 35^0$ ?

Calculer le rapport des normes de la force de Coriolis et du poids exercés sur l'avion.

## III. La déviation vers l'est

Soit un projectile assimilé à un point matériel $M$ abandonné sans vitesse initiale à l'altitude $h$ à la verticale d'un point $O$ de la Terre à la latitude $\lambda$. On néglige la résistance de l'air.

On assimile la terre à une sphère tournant autour de l'axe des pôles à la vitesse angulaire $\Omega$. On note $\vec{g}_0$ le champ de pesanteur terrestre avec $g_0 = 9,8\ m/s^2$. On note $Oz$, la verticale ascendante, $Ox$, la tangente au méridien passant par $O$, dirigée vers le sud, et $Oy$, la tangente au parallèle passant par $O$, dirigée vers l'est.

**1.** Préciser en quel point tombe l'objet lorsque l'on suppose le référentiel terrestre galiléen.

**2.** On tient compte du caractère non galiléen du référentiel terrestre. Exprimer $\vec{\Omega}$ sur les vecteurs de base $\vec{e_x}$, $\vec{e_y}$ et $\vec{e_z}$ et en déduire l'expression de la force d'inertie de Coriolis exercée sur le projectile en fonction des composantes $\dot{x}$, $\dot{y}$ et $\dot{z}$ de sa vitesse dans le référentiel terrestre.

**3.** En déduire les expressions de $\ddot{x}$, $\ddot{y}$ et $\ddot{z}$. Pourquoi la force d'inertie d'entraînement n'intervient pas explicitement dans l'équation obtenue?

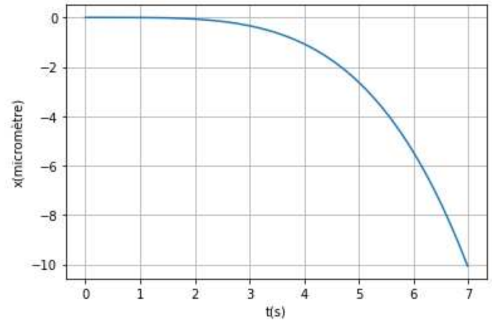
Le système d'équations différentielles à résoudre est un système d'équations couplées. On cherche à le résoudre numériquement par la méthode d'Euler. On donne le code suivant.

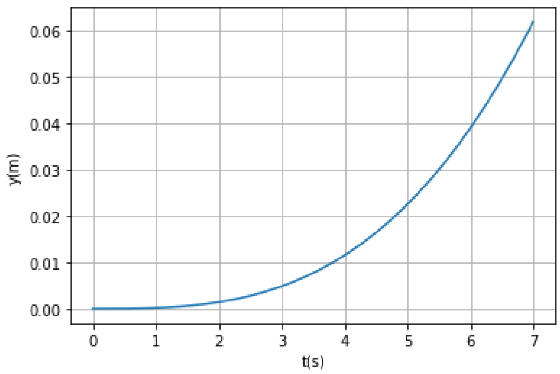
```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 h=200
5 g=9.8
6 omega=.........
7 lat=40*np.pi/180.
8 tau=0.01
9 N=700
10 lt,lx,ly,lz=[0],[0],[0],[h]
11 lvx,lvy,lvz=[0],[0],[0]
12 for i in range(N-1):
13     lt.append(lt[i]+tau)
14     ax=.........
15     ay=.........
16     az=.........
17     lvx.append(lvx[i]+ax*tau)
18     lvy.append(lvy[i]+ay*tau)
19     lvz.append(lvz[i]+az*tau)
20     lx.append(lx[i]+lvx[i]*tau)
21     ly.append(ly[i]+lvy[i]*tau)
22     lz.append(lz[i]+lvz[i]*tau)
```

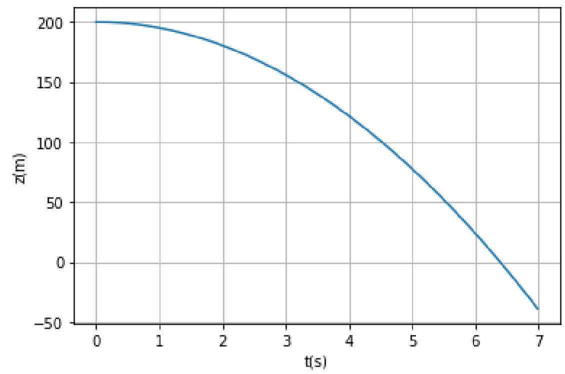
Donner les valeurs numériques de la hauteur $h$ de chute du projectile et de la latitude $\lambda$.

Dans ce code, $lt$, $lx$, $ly$ et $lz$ sont les listes du temps, de l'abscisse $x$, de l'ordonnée $y$ et de la côte $z$. Compléter les lignes 6, 14, 15 et 16.

Ce code permet de tracer les courbes $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ (attention aux unités sur les axes des ordonnées).




Comment vérifie-t-on sur les courbes que le projectile est bien abandonné sans vitesse initiale? Lire les coordonnées du projectile lorsqu'il atteint l'altitude de 150 $m$. Lire les coordonnées du point d'impact sur le sol. Le projectile est-il dévié vers l'est ou vers l'ouest? vers le sud ou vers le nord?

**4.** Exprimer la vitesse du projectile lorsque l'on suppose le référentiel terrestre galiléen.

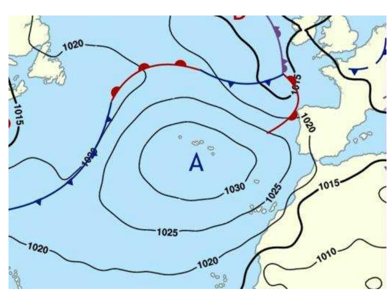
**5.** Ecrire la RFD appliquée à $M$ dans le référentiel terrestre non galiléen. On fait l'hypothèse que la vitesse du projectile est peu modifiée lorsque l'on tient compte du caractère non galiléen du référentiel terrestre, cela revient à dire que l'on peut exprimer la force de Coriolis en prenant la vitesse trouvée dans la question précédente. En déduire les équations horaires du projectile.

**6.** Déterminer les coordonnées du point d'impact du projectile sur le sol. Faire l'AN pour $\lambda = 40^0$ et $h = 200\ m$. Comparer aux résultats de la résolution numérique d'Euler.

*Réponses: 3- déviation vers l'est de 4,8 cm et vers le nord de 7 µm 5-* $x(t) = 0$, $y(t) = \Omega g \cos\lambda \dfrac{t^3}{3}$, $z(t) = h - \dfrac{gt^2}{2}$

## IV. **Les vents dans l'hémisphère nord**

**1.** On donne la carte météo d'un zone où règne un anticyclone. Sur cette carte sont tracées les courbes isobares avec la pression donnée en $hPa$. Déduire de cette carte la répartition des pressions autour d'un anticyclone et ajouter sur la carte les vecteurs vitesses des masses d'air autour de l'anticyclone.

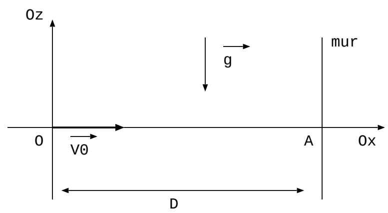


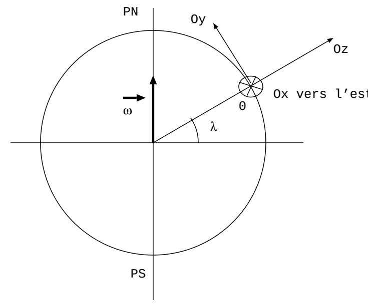

**2.** Ces masses d'air en mouvement subissent la force de Coriolis. Ajouter sur la carte les forces d'inertie de Coriolis exercées sur les différentes masses d'air autour de l'anticyclone. En déduire le sens de rotation des vents autour d'un anticyclone dans l'hémisphère nord et dans l'hémisphère sud.

*Réponse: sens horaire dans l'hémisphère nord*

## V. **Hockeyer**

Un hockeyeur se trouve en un point $O$, de latitude Nord $\lambda$, sur une surface gelée horizontale parfaitement lisse et sans frottements. À l'aide de sa crosse, il propulse sur un axe $Ox$ dirigé vers l'est, un palet de 300 $g$ à la vitesse $v_0 = 10\ m/s$ vers un mur vertical situé à la distance : $D = 20\ m$.




**1.** Exprimer le vecteur rotation propre de la Terre $\overrightarrow{\Omega}$ et calculer $\Omega$.

**2.** Lorsque le référentiel terrestre est supposé galiléen, exprimer le vecteur vitesse du palet en fonction du temps et préciser en quel point le palet touche le mur.

**3.** Ecrire la RFD appliquée au palet dans le référentiel terrestre non galiléen. Pour exprimer la force d'inertie de Coriolis, on fait l'hypothèse que le vitesse relative du palet est identique à la vitesse qu'il a, lorsque le référentiel terrestre est galiléen (vitesse obtenue question 2).

**4.** En déduire les équations horaires du mouvement du palet et montrer que l'abscisse du point de contact du palet sur le mur est $y_{mur} = -\dfrac{\Omega \sin \lambda D^2}{2 v_0}$. Faire l'AN.