Correction DS1 de physique

I. **Enfant sur un toboggan**

1.

1.a. Le poids est une force conservative dont l'énergie potentielle $E_p = -mgy = -mgR\sin\theta$ (signe $-$ car Oy est vers le bas).

La réaction du support est perpendiculaire au support donc elle ne travaille pas.

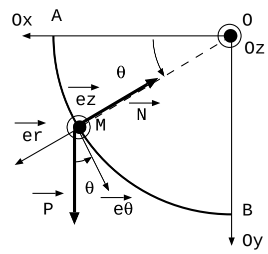
L'énergie mécanique s'écrit $E_m = \dfrac{mv^2}{2} - mgR\sin\theta$. Le système est conservatif donc l'énergie mécanique est constante.

1.b. L'énergie mécanique en A s'écrit $E_m = \dfrac{mv_0^2}{2}$.

L'énergie mécanique en M s'écrit $E_m = \dfrac{mv^2}{2} - mgR\sin\theta$.

l'énergie mécanique est constante d'où $E_m = \dfrac{mv_0^2}{2} = \dfrac{mv^2}{2} - mgR\sin\theta$ d'où $v = \sqrt{v_0^2 + 2mgR\sin\theta}$.

1.c. On applique la RFD à M dans $\mathcal{R}$ galiléen:



$m\overrightarrow{a}(M) = \overrightarrow{P} + \overrightarrow{N}$ avec $\overrightarrow{a} = -\dfrac{v^2}{R}\overrightarrow{e_r} + \dfrac{dv}{dt}\overrightarrow{e_\theta}$.

On projette sur $\overrightarrow{e_r}$: $-\dfrac{mv^2}{R} = mg\sin\theta - N$

soit $N = \dfrac{mv^2}{R} + mg\sin\theta = \dfrac{mv_0^2}{R} + 3mg\sin\theta$.

2.

2.a. $\overrightarrow{M}(\overrightarrow{P}) = +mgR\cos\theta\overrightarrow{e_z}$.

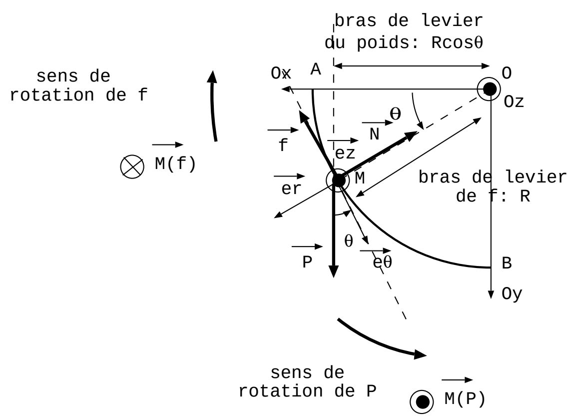
$\overrightarrow{M}(\overrightarrow{N}) = \overrightarrow{0}$ car la réaction ne fait pas tourner M autour de O.

$\overrightarrow{M}(\overrightarrow{f}) = -fR\overrightarrow{e_z}$.

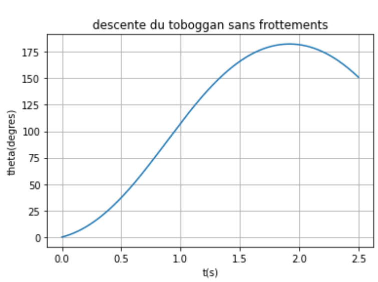
2.b. TMC appliqué à M: $\dfrac{d\overrightarrow{L}_O(M)}{dt} = \overrightarrow{M}(\overrightarrow{P}) + \overrightarrow{M}(\overrightarrow{T}) + \overrightarrow{M}(\overrightarrow{f})$

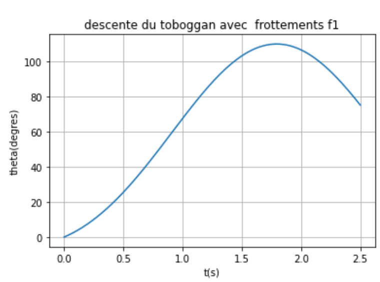
avec $\overrightarrow{L}_O(M) = \overrightarrow{OM}\Lambda m\overrightarrow{v} = R\overrightarrow{e_r}\Lambda mR\dot{\theta}\overrightarrow{e_\theta} = mR^2\dot{\theta}\overrightarrow{e_z}$.

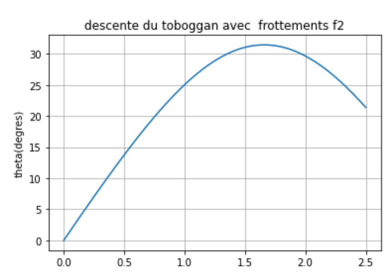
d'où $mR^2\ddot{\theta} = +mgR\cos\theta - fR$ soit $.\ddot{\theta} = +\dfrac{g}{R}\cos\theta - \dfrac{f}{mR}$.



2.c. L'enfant arrive en bas du toboggan pour $\theta = 90^0$ soit en absence de frottements il arrive en bas à $t = 0,9\ s$ et en présence de frottements d'intensité f_1, il arrive à $t = 1,3\ s$. Avec des frottements d'intensité f_2, θ atteint la valeur maximale de 32^0, l'enfant n'arrive donc pas en bas du toboggan, les frottements sont trop forts, il s'arrête en $\theta = 32^0$ à partir de $t = 1,7\ s$.







II. **Ressort en rotation**

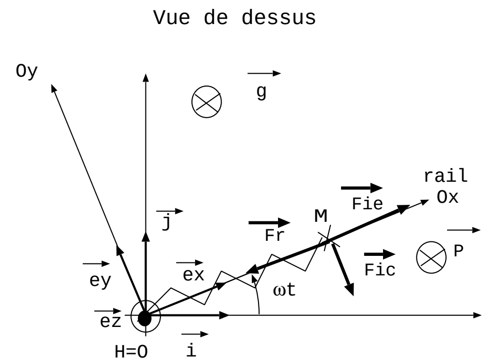
1. Dans le référentiel mobile $\mathcal{R}'$, M a un mouvement rectiligne selon Ox soit $\overrightarrow{v_r}(M) = \dot{x}\overrightarrow{e_x}$ et $\overrightarrow{a_r}(M) = \ddot{x}\overrightarrow{e_x}$.

2. $\mathcal{R}'$ est en rotation uniforme dans $\mathcal{R}$. La force d'inertie d'entraînement est la force centrifuge qui s'écrit $\overrightarrow{F_{ie}} = m\Omega^2\overrightarrow{HM} = m\Omega^2\overrightarrow{OM} = m\Omega^2 x\overrightarrow{e_x}$.

La force d'inertie de Coriolis est $\overrightarrow{F_{ic}} = -2m\overrightarrow{\Omega}\Lambda\overrightarrow{v_r}(M) = -2m\Omega\overrightarrow{e_z}\Lambda\dot{x}\overrightarrow{e_x} = -2m\Omega\dot{x}\overrightarrow{e_y}$.

3. La réaction du rail sur M est perpendiculaire au rail lorsque l'on néglige les frottements soit le rail est selon Ox et donc $R_x = 0$.

4. Bilan des forces exercées sur M dans $\mathcal{R}'$: le poids $\overrightarrow{P} = -mg\overrightarrow{e_z}$, la réaction du support $\overrightarrow{R} = R_y\overrightarrow{e_y} + R_z\overrightarrow{e_z}$, la force de rappel élastique $\overrightarrow{F_r} = -k(x - l_0)\overrightarrow{e_x}$ et les forces d'inertie.



La RFD s'écrit: $m\overrightarrow{a_r}(M) = \overrightarrow{P} + \overrightarrow{R} + \overrightarrow{F_{ie}} + \overrightarrow{F_{ic}}$

On projette sur Ox: $m\ddot{x} = -k(x - l_0) + m\Omega^2 x$

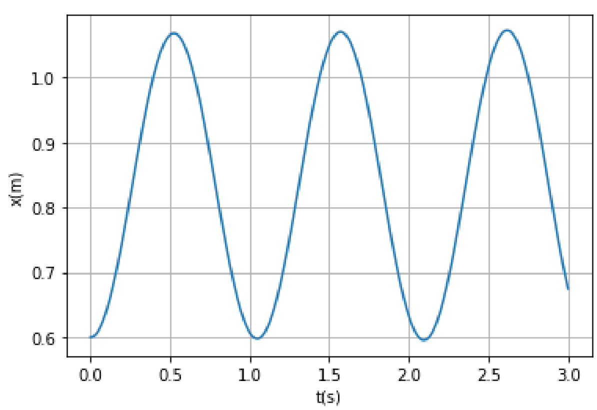
soit $\ddot{x} + (\frac{k}{m} - \Omega^2)x = \frac{k}{m}l_0$

Par identification avec l'énoncé on a $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

5.

5.a. On observe des oscillations, en accord avec le fait que l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$ est celle d'un oscillateur harmonique donc ici $\omega_0^2 > \Omega^2$ soit pour $\omega_0 > \Omega$.

5.b. A l'instant $t = 0$, on lit $x(t = 0) = 0,6\ m$ et la tangente à la courbe est horizontale soit $v(t = 0) = v_0 = 0\ m.s^{-1}$ car la tangente à la courbe à $t = 0$ est horizontale.



On mesure $2T = 2,2\ s$ soit $\omega = \frac{2\pi}{T} = 5,7\ rad.s^{-1}$.

$x(t)$ vérifie l'équation d'un oscillateur harmonique de pulsation $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \Omega^2}$ avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10\ rad.s^{-1}$, on en déduit donc $\Omega = \sqrt{\omega^2 - \omega_0^2} = 8,2\ rad/s^{-1}$.

La valeur numérique de la position d'équilibre correspond à la valeur numérique de la moyenne de $x(t)$ soit $x_e = \frac{x_{max} + x_{min}}{2} = \frac{1,07 + 0,6}{2} = 0,83\ m$.

Or on a $x_e = \frac{\omega_0^2 l_0}{\omega_0^2 - \Omega^2}$ (solution particulière de l'équation différentielle) on en déduit donc $l_0 = (1 - \frac{\omega_0^2}{\Omega^2})x_e = 0,3\ m$.

5.c. D'après l'équation différentielle, lorsque $\omega_0 < \Omega$, le système ne suit pas l'équation d'un oscillateur harmonique, on n'observe plus d'oscillations. On observe que $x(t)$ augmente rapidement, ce qui signifie que le ressort ne fait que s'étirer. En effet, quand le vitesse angulaire de rotation est grande (ici grande par rapport à ω_0), la force d'inertie centrifuge est trés grande et elle éloigne M de l'axe de rotation.