DM 2 de physique

I. Tir d'une balle de fusil

1. Dans le référentiel terrestre supposé galiléen, la balle ne subit que son poids. La RFD appliquée à M dans le référentiel terrestre s'écrit: $m\overrightarrow{a}(M) = m\overrightarrow{g} = -mg\overrightarrow{e_z}$.

On projette puis on intègre deux fois par rapport au temps pour avoir les équations horaires du mouvement:

sur Ox: $\ddot{x} = 0$ soit $\dot{x} = v_0$ et $x = v_0 t$

sur Oy: $\ddot{y} = 0$ soit $\dot{y} = 0$ et $y = 0$

sur Oz: $\ddot{z} = -g$ soit $\dot{z} = -gt$ et $z = -\dfrac{gt^2}{2}$

On en déduit l'équation de la trajectoire en éliminant le paramètre temps dans les équations horaires soit $t = \dfrac{x}{v_0}$ et $z = -\dfrac{gx^2}{2v_0^2}$ dans le plan $y = 0$.

Le projectile touche la cible pour $x_I = d$ soit $z_I = -\dfrac{gd^2}{2v_0^2} = -19,6\ m$.

2. **2.a.** On a $\overrightarrow{\Omega} = \Omega\cos\lambda\overrightarrow{e_x} + \Omega\sin\lambda\overrightarrow{e_z}$ avec $\Omega = \dfrac{2\pi}{24.3600} = 7,3.10^{-5}\ rad.s^{-1}$.

2.b. La force de Coriolis s'écrit $\overrightarrow{F}_{ic} = -2m\overrightarrow{\Omega}\Lambda\overrightarrow{v}(M)_{\mathcal{R}_t} = -2m(\Omega\cos\lambda\overrightarrow{e_x} + \Omega\sin\lambda\overrightarrow{e_z})\Lambda(v_0\overrightarrow{e_x} - gt\overrightarrow{e_z}) = -2m\Omega(\cos\lambda gt + v_0\sin\lambda)\overrightarrow{e_y}$.

2.c. On applique la RFD au projectile dans le référentiel terrestre non galiléen: $m\overrightarrow{a}(M)_{\mathcal{R}_t} = \overrightarrow{P} + \overrightarrow{F}_{ic} = -mg\overrightarrow{e_z} - 2m\Omega(\cos\lambda gt + v_0\sin\lambda)\overrightarrow{e_y}$.

La force d'inertie d'entraînement est contenue dans le poids puisque le poids par définition est la force de gravitation de la Terre ajoutée de la force d'inertie d'entraînement liée à la rotation de la Terre. Et la force d'inertie est négligeable devant l'attraction de la Terre.

On projette et on intègre deux fois par rapport au temps pour avoir les équations horaires:

sur Ox: $\ddot{x} = 0$ soit $\dot{x} = v_0$ et $x = v_0 t$

sur Oy: $\ddot{y} = -2\Omega(\cos\lambda gt + v_0\sin\lambda)$ soit $\dot{y} = -2\Omega(\cos\lambda g\dfrac{t^2}{2} + v_0\sin\lambda t)$ et $y = -2\Omega(\cos\lambda g\dfrac{t^3}{6} + v_0\sin\lambda\dfrac{t^2}{2})$

sur Oz: $\ddot{z} = -g$ soit $\dot{z} = -gt$ et $z = -\dfrac{gt^2}{2}$

Le projectile touche la cible pour $x_I(t_I) = d = v_0 t_I$ soit $t_I = \dfrac{d}{v_0}$

d'où $z_I = -\dfrac{gd^2}{2v_0^2} = -19,6\ m$ et $y_I = -2\Omega(\cos\lambda g\dfrac{d^3}{6v_0^3} + \sin\lambda\dfrac{d^2}{2v_0}) = 1,17\ cm$.

3.

3.a. ligne 4 g,omega=9.8,2*np.pi/24/180 ou 7.3E-5

3.b. Ligne 8: Vecg=np.array([0,0,-g]) car $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{e_z}$

Ligne 9: Vecomega=np.array([omega*np.cos(lat),0,omega*np.sin(lat)]) car $\overrightarrow{\Omega} = \Omega(\cos\lambda\overrightarrow{e_x} + \sin\lambda\overrightarrow{e_z})$

Ligne 10: VecV=np.array([v0,0,0]) car $\overrightarrow{v}(t=0) = v_0\overrightarrow{e_x}$

Ligne 11: VecPos=np.array([0,0,0]) car $\overrightarrow{OM}(t=0) = \overrightarrow{0}$

3.c. On fait des DL à l'ordre 1 en tau:

$\overrightarrow{v}(t + tau) = \overrightarrow{v}(t) + \overrightarrow{a}(t)tau$: relation utilisée ligne 17 avec C qui représente le vecteur accélération $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{g} - 2\overrightarrow{\Omega}\Lambda\overrightarrow{v}$

$\overrightarrow{OM}(t + tau) = \overrightarrow{OM}(t) + \overrightarrow{v}(t)tau$: relation utilisée ligne 18

3.d. VecPos[0] représente x donc l1 correspond à x, la courbe 2 est x(t).

VecPos[1] représente y donc l2 correspond à y, la courbe 3 est y(t).

VecPos[2] représente z donc l3 correspond à z, la courbe 1 est z(t).

Sur la courbe 2, on lit $t = 2\ s$ pour atteindre la cible en $x = d = 100\ m$.

Sur les courbes 1 et 3, on lit $y(t = 2\ s) = -0,011\ m = -1,10\ cm$ et $z(t = 2\ s) = 19,5\ m$.

On trouve sur y une déviation de $1,10\ cm$ alors que précédemment on trouvait $1,17\ cm$ soit un écart relatif de $\dfrac{1,17-1,10}{1,10} = 6,3\ \%$. L'approximation faite question 2b est justifiée.