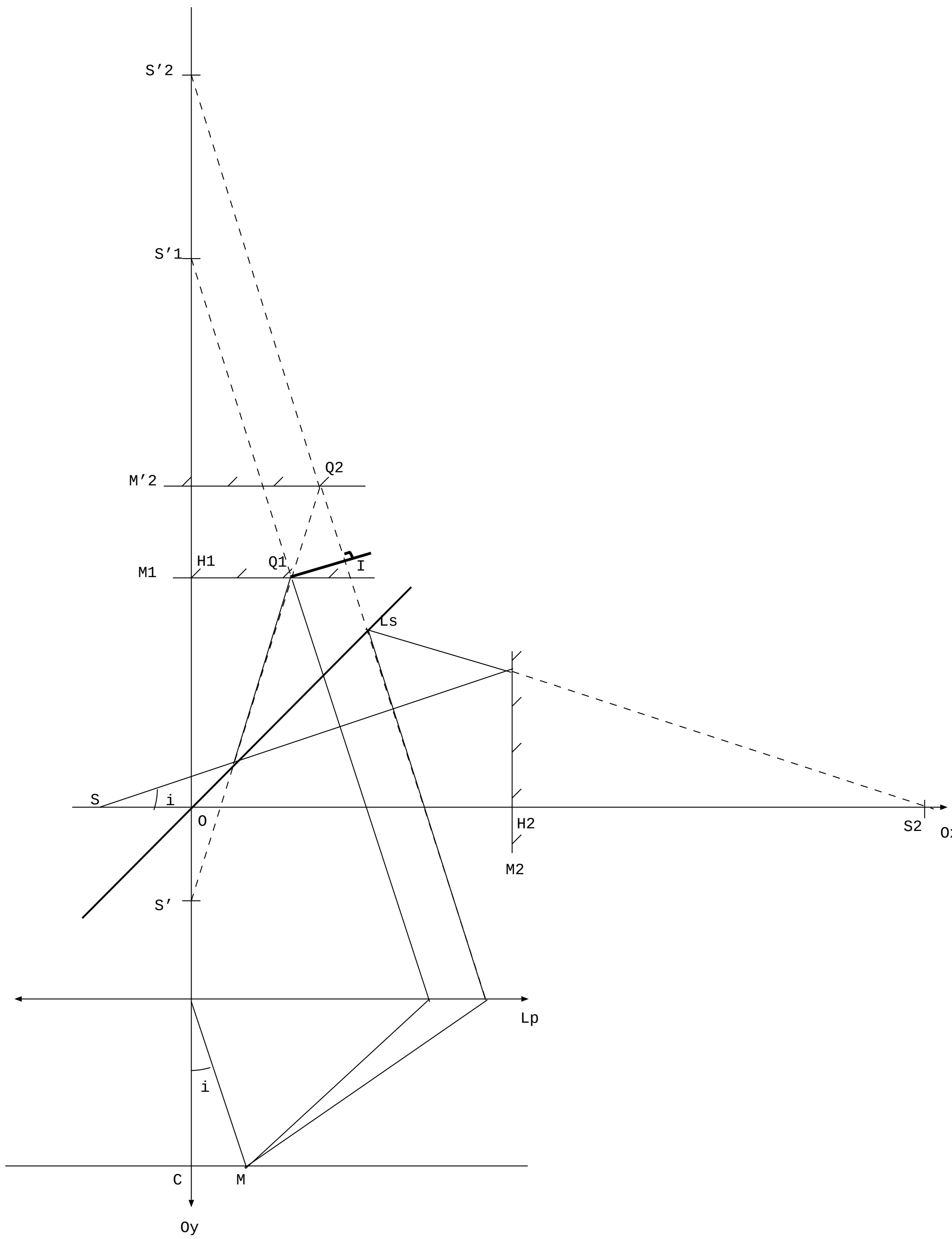
Correction DS 3 de physique

I. Interféromètre de Michelson

1. Ls est composé d'une lame séparatrice et d'une lame compensatrice. Ce sont deux lames identiques de même épaisseur, de même indice, composées du même verre. La lame séparatrice a subi en plus un traitement semi réfléchissant sur l'une de ces faces.

La lame séparatrice sert à diviser le rayon incident en deux rayons: un rayon transmis et un rayon réfléchi et la lame compensatrice sert à ce qu'il n'y ait pas de différence de marche introduite par les lames.

2.



S' image de S par la séparatrice

S_2 image de S par le miroir M_2

S'_1 et S'_2 images de S' par les miroirs M_1 et M'_2.

3. Par principe de retour inverse de la lumière, M se comporte comme une source. Entre une source et une surface d'onde, le chemin optique est constant donc $(IM) = (Q_1M)$.

On peut remplacer le rayon (r2) par le rayon réfléchi sur le miroir fictif M_2'.

La différence de marche s'écrit $\delta(M) = (SQ_1) + (Q_1Q_2) + (Q_2I) + (IM) - (SQ_1) - (Q_1M) = Q_1Q_2 + Q_2I = Q_1Q_2 + Q_1Q_2\cos(2i) = Q_1Q_2(1+\cos(2i)) = \dfrac{e}{\cos i}2\cos^2 i = 2e\cos i$.

4. Les points qui sont sur une même frange ont le même ordre d'interférences soit la même différence de marche, ici ces points sur sur la courbe i égal constante: ce sont des anneaux centrés sur C. Ces franges sont appelées anneaux ou franges d'égale inclinaison et sont localisées à l'infini.

5.

5.a. Les anneaux brillants correspondent à une intensité maximale et les anneaux sombres à une intensité nulle. On lit pour le 2ième anneau brillant $r_2 = 6,6\ cm$, pour le 4ième anneau brillant $r_4 = 9,3\ cm$, et pour le 1èr anneau sombre $r_1 = 3,2\ cm$.

5.b. Ici l'intensité est maximale pour $r = 0$ soit au centre des anneaux en C, donc p_0 est un entier (frange brillante). Pour le premier anneau brillant $p_1 = p_0 - 1$, pour le 2ième $p_2 = p_0 - 2$... pour le kième anneau brillant $p_k = p_0 - k$.

5.c. On a $p_k = \dfrac{2e}{\lambda}\cos i_k = p_0\cos i_k \approx p_0(1 - \dfrac{i_k^2}{2})$ ou encore $i_k = 2(1 - \dfrac{p_k}{p_0})$ et $\tan i_k = \dfrac{r_k}{f'}$ soit $r_k \approx f' i_k$.

D'où le rayon du kième anneau brillant $r_k = f'\sqrt{2(1 - \dfrac{p_k}{p_0})} = f'\sqrt{\dfrac{2k}{p_0}}$.

5.d. La courbe donnant r_k^n en fonction de k est une droite passant par l'origine donc de la forme $r_k^n = ak$.

D'après l'expression théorique de r_k on a $r_k^2 = f'^2\dfrac{2k}{p_0}$. Quand on met k en abscisse et r_k^2 en ordonnée, on a bien une fonction affine de pente $a = \frac{2f'^2}{p_0}$.

On mesure la pente de la droite $a = \frac{65}{3} = 21,7\ cm^2$, on en déduit $p_0 = \dfrac{2f'^2}{a} = \dfrac{2.50^2}{21,7} = 230,4 = 230$ (on ne trouve pas que p_0 est un entier, c'est normal car on a fait des calculs approchés).

On en déduit l'épaisseur de la lame d'air $e = \dfrac{p_0\lambda}{2} = 73\ \mu m$.

5.e. Quand e augmente, on observe plus d'anneaux, il semble naître depuis le centre et quand e diminue, on observe de moins en moins d'anneaux, il semble s'engloutir vers le centre.

Ici sur la courbe 3 on voit que pour $r < 10\ cm$, il y a plus d'anneaux brillants que sur la courbe 1, il y a donc plus d'anneaux à l'écran donc on a augmenté e.

6.

6.a. Les franges sont rectilignes et sont localisées sur les miroirs. On doit éclairer les miroirs sous incidence normale.

6.b. Sur la photo le miroir a pour diamètre $d_e = 4,3\ cm$, le grandissement est donc $\gamma = -\dfrac{4,3}{2} = -2,15$ (attention le grandissement est négatif).

On a $\overline{OA'} = \gamma\overline{OA}$ soit en remplaçant dans la relation de conjugaison:

$$\frac{1}{\gamma\overline{OA}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1-\gamma}{\gamma}\frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \text{ donc } \overline{OA} = \frac{(1-\gamma)f'}{\gamma} = -29,3\ cm\text{: distance miroir-lentille.}$$

On en déduit $\overline{OA'} = \gamma\overline{OA} = 63\ cm$: distance écran-lentille.

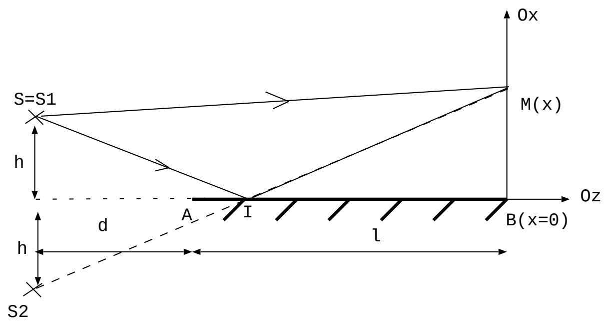
6.c. Sur la photo on lit $7i_p = 3,4\ cm$ soit $i_p = 0,48\ cm$. Sur l'écran, on voit la même chose que sur les miroirs mais $|\gamma|$ fois plus grand donc l'interfrange sur les miroirs est $i_m = \frac{0,48}{2,15} = 0,22\ cm$.

Or on a $i_m = \dfrac{\lambda}{2\alpha}$ soit $\alpha = \dfrac{\lambda}{2i_m} = 1,4.10^{-4}\ rad = 1,4.10^{-4}\dfrac{180}{\pi}3600 = 29''$.

II. **Miroir de Lloyd**

1.

1.a.



On trace S_2 symétrique de S par le miroir. Par symétrie, le rayon SIM peut être remplacé par le rayon droit S_2M et donc tout se passe comme si les rayons qui interfèrent en M viennent de $S = S_1$ et S_2.

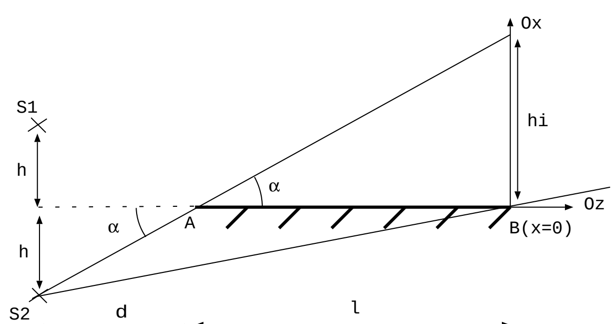
$\delta(M) = (S_2M) - (S_1M) = \sqrt{(x+h)^2 + (d+l)^2 + y^2} - \sqrt{(x-h)^2 + (d+l)^2 + y^2} = (d+l)[(1 + \dfrac{(x+h)^2}{(d+l)^2} + \dfrac{y^2}{(d+l)^2})^{1/2} - (1 + \dfrac{(x-h)^2}{(d+l)^2} + \dfrac{y^2}{(d+l)^2})^{1/2}] \approx (d+l)(1 + \dfrac{(x+h)^2}{2(d+l)^2} + \dfrac{y^2}{2(d+l)^2} - 1 - \dfrac{(x-h)^2}{2(d+l)^2} - \dfrac{y^2}{2(d+l)^2} = \dfrac{(x+h)^2 - (x-h)^2}{2(d+l)} = \dfrac{2xh}{d+l}$.

1.b. L'ordre d'interférence en M est $p(M) = \dfrac{\delta_O(M)}{\lambda} = \dfrac{2xh}{\lambda(d+l)} + \dfrac{1}{2}$.

Les points qui sont sur une même frange ont le même ordre d'interférences donc ils sont sur la droite d'équation x égal une constante: les franges sont rectilignes et de direction perpendiculaire à S_1S_2.

En $x = 0$, on a $p(O) = \dfrac{1}{2}$: O est sur une frange sombre.

1.c.



On a $\tan\alpha = \dfrac{h}{d} = \dfrac{h_i}{l}$ soit $h_i = \dfrac{hl}{d}$.

On calcule les ordres d'interférences aux deux extrémités du champ d'interférences:

$p(x = 0) = 0,5$

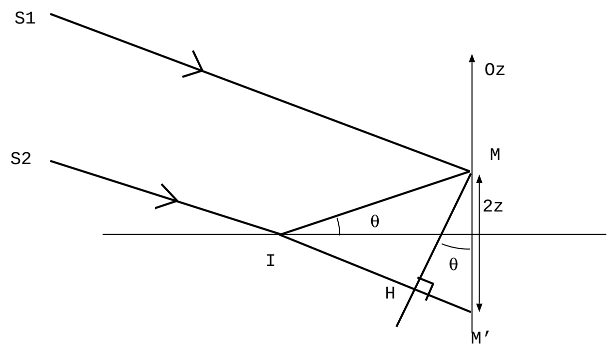
$p(x = h_i) = \dfrac{2h_ih}{\lambda(d+l)} + \dfrac{1}{2} = 24,2$ avec $h_i = 0,6\ mm$

On voit les franges brillantes d'ordre $p = 1, 2, ..24$. On voit donc 24 franges brillantes.

1.d. L'interfrange est la distance entre deux franges brillantes de même nature. On cherche la position x_k des franges brillantes à l'écran. Elles correspondent à des valeurs de p entières soit $p(M) = k = \dfrac{2x_kh}{\lambda(d+l)} + \dfrac{1}{2}$ soit $x_k = \dfrac{\lambda(d+l)}{2h}(k - \dfrac{1}{2})$ et $i = x_{k+1} - x_k = \dfrac{\lambda(d+l)}{2h} = 0,25\ mm$.

2.

2.a.



2.b. Par symétrie on peut remplacer le rayon SIM par le rayon droit SM'.

Entre un point source et un plan d'onde le chemin optique ne dépend pas du rayon lumineux donc $(SM) = (SI)$.

Soit $\delta(M) = (SIM) - (SM) = (SM') - (SM) = (SH) + (HM') - (SM) = HM' = 2z\sin\theta$.

2.c. En $z = 0$, on a une frange sombre puisque l'ordre d'interférence vaut 1/2. Le récepteur ne reçoit rien.

2.d. L'ordre d'interférences est défini par $p' = \dfrac{\delta'}{\lambda'} = \dfrac{2z\sin\theta}{\lambda'} + \dfrac{1}{2}$.

L'interfrange est la distance entre deux franges lumineuses consécutives, les franges lumineuses correspondent à des ordres d'interférences entiers soit: $i' = \dfrac{\lambda'}{2\sin\theta}$ voisin de $i' = \dfrac{\lambda'}{2\theta}$ pour θ petit.

2.e. AN : pour l'émetteur placé à une hauteur $H = 10\ m$: $\theta = \dfrac{10}{10.10^3} = 10{-}3\ rad$, $\lambda' = \dfrac{c}{f} = \dfrac{3.10^8}{100.10^6} = 3\ m$ donc $i' = 1500\ m$: en $z = 0$, il y a une frange sombre, donc l'antenne ne capte pas, la première frange brillante se trouve à une hauteur $i'/2$ soit 750 m : c'est beaucoup plus haut que la hauteur du mat du bateau, donc il ne capte pas la radio.

AN : pour l'émetteur placé à une hauteur de 700 m : $\theta = \dfrac{700}{10.10^3} = 0,07\ rad$, $\lambda' = \dfrac{c}{f} = \dfrac{3.10^8}{100.10^6} = 3\ m$ donc $i' = 21\ m$: en $z = 0$, il y a une frange sombre, donc l'antenne ne capte pas au ras de l'eau, la première frange brillante se trouve à une hauteur $i'/2$ soit $10,5\ m$: en haut du mat du bateau, l'antenne réceptrice capte bien la radio car on est sur une frange brillante.

3. Les deux ondes qui interférent en M n'ont pas la même amplitude (ou la meme intensité) donc le contraste n'est pas égal à 1.

3.a. On a $I'_2 = RI'_1$.

3.b. On utilise la formule de Fresnel pour deux ondes cohérentes d'intensités différentes:

$I = I'_1 + I'_2 + 2\sqrt{I'_1 I'_2}\cos\phi_{2/1}$

L'intensité des franges brillantes est : $I_{max} = I'_1 + I'_2 + 2\sqrt{I'_1 I'_2} = I'_1(1 + R + 2\sqrt{R})$

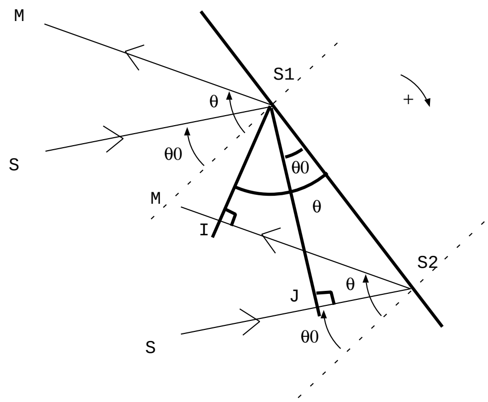
L'intensité des franges sombres est : $I_{min} = I'_1 + I'_2 - 2\sqrt{I'_1 I'_2} = I'_1(1 + R - 2\sqrt{R})$

D'où le contraste : $C = \dfrac{4I'_1\sqrt{R}}{2I'_1(1+R)} = \dfrac{2\sqrt{R}}{(1+R)} = 0,99$.

Le contraste ne dépend pas de la position de l'antenne et il reste égal à 1. les franges brillantes et sombres sont donc bien contrastées car les franges sombres sont noires.

III. **Réseau par réflexion**

1.



Par principe de retour inverse de la lumière, M se comporte comme une source à l'infini.

Entre une source et une surface d'onde le chemin optique est constant donc $(SJ) = (SS_1)$ et $(IM) = (S_1M)$.

$\delta(M) = (SJ) + (JS_2) + (S_2I) + (IM) - (SS_1) - (S_1M) = JS_2 + S_2I = a\sin\theta_O + a\sin\theta$.

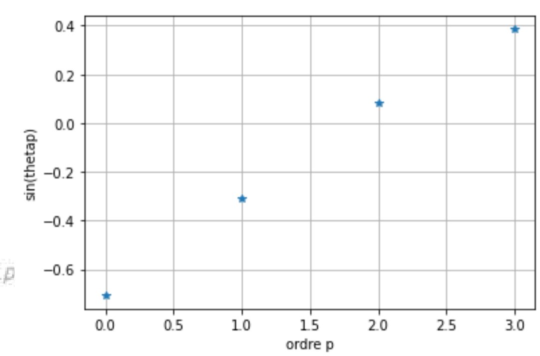
On cherche les angles θ_p qui correspondent à des interférences constructives soit des franges brillantes. On a $p = \dfrac{\delta}{\lambda} = \dfrac{a\sin\theta_O + a\sin\theta_p}{\lambda}$ d'où la formule des réseaux $\sin\theta_p + \sin\theta_0 = p\dfrac{\lambda}{a}$.

2. D'après le schéma on a $\tan\alpha = \dfrac{x}{D}$ (attention les angles ne sont pas petits!).

On a aussi $\alpha - \theta + \theta_0 = \pi/2$ d'où $\theta = \alpha - \pi/4$ (avec $\theta_0 = \pi/4$).

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

#liste des ordres vus sur l'écran
p=np.array([0,1,2,3])
#liste des positions x de ces ordres
x=np.array([0,50.5,118,243])
#tan alpha=x/D
alpha=np.arctan(x/100)
#on a alpha-thetap+theta0=pi/2 d'où thetap=alp
#on trace sin thetap en fonction de p
y=np.sin(-np.pi/4+alpha)
plt.plot(p,y,'*')
plt.xlabel('ordre p')
plt.ylabel('sin(thetap)')
plt.grid()
plt.show()
#la pente de la droite est lambda/a, on en déduit a
pente,b=np.polyfit(p,y,1)
print('a=',632E-9/pente)
```



On trouve : `a= 1.72185193546245e-06`