TD 4 optique ondulatoire

I. **Brouillage des franges d'Young à deux sources**

1. Les rayons issus de S' interfèrent, les rayons issus de S'' interfèrent.

2. A l'écran, on observe la superposition des systèmes de franges de S' et S'' car ces deux sources ne sont pas cohérentes. On observe un brouillage lorsque les franges brillantes de S' se superposent aux franges sombres de S'' soit: $p_{S'}(M) = \frac{ay}{\lambda D} + \frac{ah}{2\lambda D}$ est un entier et $p_{S''}(M) = \frac{ay}{\lambda D} - \frac{ah}{2\lambda D}$ est un demi entier donc $p_{S'}(M) - p_{S''}(M) = \frac{ah}{\lambda D} = k + \frac{1}{2}$ ou encore $h = \frac{\lambda D}{2a}$.

3. On applique la formule de Fresnel pour les ondes cohérentes issues de S': $I_{S'}(M) = 2I_0(1+\cos(2\pi p_{S'}(M))$.
On applique la formule de Fresnel pour les ondes cohérentes issues de S'': $I_{S''}(M) = 2I_0(1+\cos(2\pi p_{S''}(M))$.
Les sources S' et S'' ne sont pas cohérentes donc l'intensité en M est $I(M) = I_{S'}(M) + I_{S''}(M) = 2I_0(2 + \cos(2\pi p_{S'}(M)) + \cos(2\pi p_{S''}(M)) = 4I_0(1 + \cos(2\pi \frac{p_{S'}(M) - p_{S''}(M)}{2}) \cos(2\pi \frac{p_{S'}(M) + p_{S''}(M)}{2}) = 4I_0(1 + \cos(2\pi \frac{ah}{2\lambda D}) \cos(2\pi \frac{ay}{\lambda D}))$.

Par identification on a: $V = \cos(\frac{\pi ah}{\lambda D})$ et $\delta(y) = \frac{ay}{\lambda D}$.

4. Le contraste est défini par $C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$.
avec $I_{max} = 4I_0(1 + V)$ et $I_{min} = 4I_0(1 - V)$ soit $C = V$.

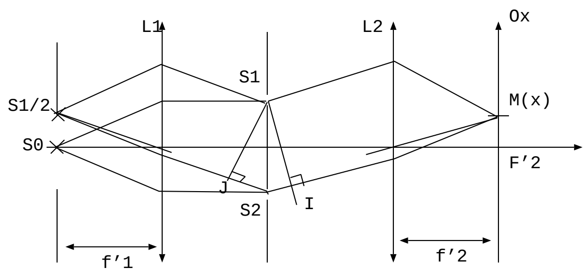
Le contraste s'annule pour $V = 0 = \cos(\frac{\pi ah}{\lambda D})$ soit $\frac{\pi ah}{\lambda D} = \frac{\pi}{2}$ soit $h = \frac{\lambda D}{2a}$. On retrouve bien la même valeur que pour le brouillage.

II. **Cohérence spatiale**

1. Chaque point source de la fente constitue une source ponctuelle et monochromatique qui donne son propre système de franges à l'écran. Ces sources ne sont pas cohérentes entre elles donc on observe sur l'écran la superposition des systèmes de franges. Ces systèmes de franges ont le même interfrange mais sont décalés.

$\Delta p_{1/2}(M) = p_{S_{1/2}}(M) - p_{S_0}(M) = \frac{1}{2}$ signifie que le système de franges donné par S_0 et celui donné par $S_{1/2}$ sont décalés d'un demi interfrange et donc les franges brillantes de l'un se superposent aux franges sombres de l'autre, il y a brouillage.

2.



Dans ce montage on a $\delta_{S_0}(M) = S_2 I = \frac{ax}{f'_2}$ (démo voir cours) soit $p_{S_0}(M) = \frac{ax}{\lambda f'_2}$ et $\delta_{S_{1/2}}(M) = JS_2 + S_2 I = \frac{ab}{2f'_1} + \frac{ax}{f'_2}$ soit $p_{S_{1/2}}(M) = \frac{ab}{2\lambda f'_1} + \frac{ax}{\lambda f'_2}$.

3. On applique le critère de brouillage $\Delta p_{1/2}(M) = p_{S_{1/2}}(M) - p_{S_0}(M) = \frac{ab}{2\lambda f'_1} > \frac{1}{2}$ soit $b > \frac{\lambda f'_1}{a} = 2,7\ mm$

III. **Bulle de savon**

400 nm correspond au bleu et 800 nm correspond au rouge.

Pour $i=0$, la différence de marche entre deux rayons réfléchis voisins est $2ne$ d'où l'ordre d'interférences.

Les cannelures correspondent aux longueurs d'onde qui donnent une frange sombre et les franges sombres correspondent aux valeurs de p demi entières.

On calcule $p_{max} = \dfrac{2ne}{\lambda_{min}} = 13,3$ et $p_{min} = \dfrac{2ne}{\lambda_{max}} = 6,65$. Les cannelures correspondent à $p = 7,5 - 8,5 - ... - 12,5$. Il y a 6 cannelures.

La plus petite longueur d'onde correspond à la plus grande valeur de p soit $p = 12,5$ et $\lambda = \dfrac{2ne}{p} = 426\ nm$.

IV. **Cannelures**

1. $\delta = \dfrac{ax}{f'}$ et $i = \dfrac{\lambda f'}{a}$.

2. En lumière blanche, chaque longueur d'onde de la source constitue une source monochromatique qui donne son propre système de franges avec une frange brillante en O. Ces sources ne sont pas cohérentes entre elles donc on observe sur l'écran la superposition de tous les systèmes de franges. En O, toutes les longueurs d'onde donnent une frange brillante et donc O est brillant de couleur de la source, blanche.

3. Les cannelures correspondent aux longueurs d'onde qui donnent une frange sombre au point étudié. Les franges sombres correspondent aux valeurs de p demi entières.

On calcule $p_{max} = \dfrac{ax}{\lambda_{min} f'} = 8,4$ et $p_{min} = \dfrac{ax}{\lambda_{max} f'} = 4,2$. Les cannelures correspondent à $p = 4,5 - 5,5 - 6,5 - 7,5$. Il y a 4 cannelures.

On trouve les longueurs d'onde correspondantes en appliquant $\lambda = \dfrac{ax}{pf'}$ soit $\lambda(nm) = 747, 611, 517$ et 448.

V. **Spectre cannelé en lame d'air**

1. En lame d'air les franges sont des anneaux centrés sur le foyer image de la lentille. La lentille de courte focale se met en entrée du Michelson et sert à faire converger les rayons sur les miroirs. La lentille de grande focale se met en sortie du Michelson, on met l'écran dans son plan focale image car les anneaux sont localisés à l'infinie.

2. Au contact optique on voit un gros anneau brillant de la couleur de la source.

3. Au centre de l'écran l'ordre d'interférences est $p_0 = \dfrac{2e}{\lambda}$. Les cannelures dans le spectre correspondent aux longueurs d'onde qui donnent une frange sombre au point étudié. Les franges sombres correspondent aux valeurs de p demi entières.

On a $p_{max} = \dfrac{2e}{\lambda_{min}}$ et $p_{min} = \dfrac{2e}{\lambda_{min}}$.

Il y a 8 cannelures donc $p_{max} - p_{min} \approx 8$ soit $x = \dfrac{8\lambda_{min}\lambda_{max}}{2\Delta\lambda} = 3,4\ \mu m$.

VI. **Brouillage avec la lampe au sodium**

1. On lit $x_0 = 20,11\ mm$

2. Chaque longueur d'onde de la source constitue une source monochromatique qui donne son propre système de franges. Ces sources ne sont pas cohérentes entre elles donc on observe sur l'écran la superposition des deux systèmes de franges circulaires.

Il y a brouillage lorsque les franges brillantes pour λ_1 se superposent aux franges sombres pour λ_2. Soit $p_{\lambda_1}(M) = \dfrac{2e\cos i}{\lambda_1} \approx \dfrac{2e}{\lambda_1}$ est un entier et $p_{\lambda_2}(M) = \dfrac{2e\cos i}{\lambda_2} \approx \dfrac{2e}{\lambda_2}$ est un demi entier. On a donc $p_{\lambda_1}(M) - p_{\lambda_2}(M) = k + \dfrac{1}{2}$ où k est un entier relatif.

Soit $p_{\lambda_1}(M) - p_{\lambda_2}(M) = 2e_k(\dfrac{1}{\lambda_1} - \dfrac{1}{\lambda_2}) = 2e_k\dfrac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_2\lambda_1} = 2e_k\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2} = k + \dfrac{1}{2}$ d'où $e_k = (k + \dfrac{1}{2})\dfrac{\lambda_m^2}{2\Delta\lambda}$.

Pour $k = 0$ on trouve $e_0 = \dfrac{\lambda_m^2}{4\Delta\lambda} = 0,144\ mm$

On a donc brouillage pour $x = 20,11 \pm 0,144\ mm$ soit $x = 19,97\ mm$ et $x = 20,25\ mm$.

VII. **Source de largeur spectrale étendue**

1. $i_{moy} = \dfrac{\lambda_{moy} D}{a} = 1,64\ cm.$

2. Chaque longueur d'onde de la source constitue une source monochromatique qui donne son propre système de franges. Ces sources ne sont pas cohérentes entre elles donc on observe sur l'écran la superposition des deux systèmes de franges.

Tous les systèmes de franges ont une frange brillante en O donc en O on voit une frange brillante de la couleur de la source.

3. $|p_{\lambda_{max}} - p_{\lambda_{moy}}| = \dfrac{1}{2}$ signifie que les franges brillantes pour λ_{max} se superposent aux franges sombres pour λ_{moy}: il y a brouillage.

On applique le critère de brouillage $|p_{\lambda_{max}} - p_{\lambda_{moy}}| = |\dfrac{ax}{\lambda_{max} D} - \dfrac{ax}{\lambda_{moy} D}| = \dfrac{ax(\lambda_{max}\lambda_{moy})}{\lambda_{max}\lambda_{moy} D} > \dfrac{1}{2}$ d'où $x > \dfrac{\lambda_{max}\lambda_{moy} D}{a2(\lambda_{max}\lambda_{moy})} = 3,2\ cm.$

4. Les cannelures dans le spectre correspondent aux longueurs d'onde qui donnent une frange sombre au point étudié. Les franges sombres correspondent aux valeurs de p demi entières.

On a $p_{max} = \dfrac{ax}{\lambda_{min} D} = 53,1$ et $p_{min} = \dfrac{ax}{\lambda_{min} D} = 50,4$. Il y a donc 3 cannelures pour $p = 50,5 - 51,5 - 52,5$.