DM 4 de physique

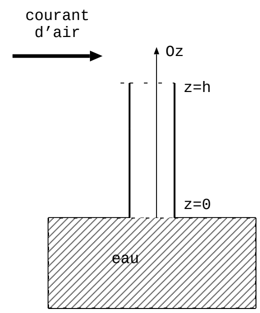
I. **Diffusion à travers une cellule: ordres de grandeur**

On considère une macromolécule de coefficient de diffusion dans l'eau $D = 7,0.10^{-11}\ SI$.

Rappeler l'équation de diffusion et estimer le temps moyen nécessaire à cette macromolécule pour traverser de part en part une cellule vivante assimilée à une sphère de diamètre 20 μm et constituée essentiellement d'eau.

II. **Mesure du coefficient de diffusion**

Un long tube vertical ouvert aux deux extrémités, de section S, est maintenu sur une cuve à eau (fermée) à température constante T. L'extrémité supérieure du tube est à la hauteur h au-dessus de la surface libre de l'eau. Lors de l'évaporation de l'eau, un courant d'air entretenu au dessus du tube permet d'établir dans le tube un régime stationnaire de diffusion de la vapeur d'eau dont on désigne par D le coefficient de diffusion dans l'air. Cette expérience permet de mesurer D.



On note $\vec{j} = j(z)\vec{e_z}$, le vecteur densité de courant et $n = n(z)$ la densité particulaire.

Données: $R = 8,31\ SI$ et $\mathcal{N}_a = 6,0.10^{23}\ mol^{-1}$.

1. Ecrire la loi de Fick et expliquer à l'aide de cette loi cette expérience.

2. A la température T (constante) de l'expérience, la pression de vapeur saturante de l'eau est P_s (c'est la pression d'équilibre liquide-vapeur). En supposant qu'en $z = 0$ l'eau liquide est à l'équilibre avec sa vapeur et que la vapeur se comporte comme un gaz parfait, exprimer $n(z = 0)$ en fonction de P_s, R, $\mathcal{N}_a$ et T.

Le courant d'air maintenu au dessus du tube permet d'éliminer complètement l'eau évaporée au sommet du tube tout en maintenant l'état stationnaire soit $n(z = h) = 0$.

3. Un régime permanent s'établit dans le tube. Montrer, par un bilan de matière sur un système bien choisi que j ne dépend pas de z et en déduire l'expression de $n(z)$ dans le tube.

4. Exprimer $j(z)$ en fonction de P_s, $\mathcal{N}_a$, D, R, T et h. En déduire le nombre δN_v de molécules d'eau qui s'évaporent pendant l'intervalle de temps dt.

5. On pose l'ensemble du dispositif sur une balance et on mesure l'évolution de la masse avec le temps.

On note $m(t)$ et $m(t + dt)$ la masse de l'ensemble du dispositif aux instants t et $t + dt$. Déduire d'un bilan de masse l'équation reliant $m(t)$, $m(t + dt)$, δN_v, $M(H_2O)$ (la masse molaire de l'eau) et $\mathcal{N}_a$.

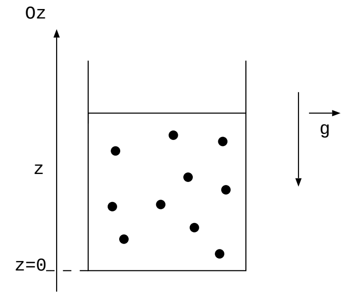
En déduire l'expression de $\dfrac{dm}{dt}$ (la perte de masse par unité de temps) en fonction de D, h, R, T, P_s, S et $M(H_2O)$.

AN: calculer D pour $M(H_2O) = 18\ g.mol^{-1}$, $T = 300\ K$, $P_s = 5,07.10^3\ Pa$, $h = 0,72\ m$, $S = 10\ cm^2$, $R = 8,14\ SI$, $\dfrac{dm}{dt} = -4,0\ mg.h^{-1}$.

III. **Sédimentation**

Un récipient contient un liquide homogène de masse volumique ρ, dans lequel on ajoute des protéines insolubles de masse volumique $\rho_0 > \rho$.

La solution obtenue est maintenue homogène jusqu'à la date $t = 0$. A partir de cet instant, elle est abandonnée à elle-même et sous l'action des forces de pesanteur, les macromolécules se déplacent vers le fond du récipient. On repère le mouvement des particules avec un axe (Oz) vertical ascendant, l'origine O étant prise au fond du récipient.



Le mouvement est supposé unidirectionnel vertical et les protéines soumises, entre autres, à une force de frottement de type visqueux $\overrightarrow{f} = -\alpha\overrightarrow{v}$ (où α est une constante positive et $\overrightarrow{v}$ est la vitesse des protéines.

1. Quelles sont les forces exercées sur chaque molécule de protéine ? En déduire la vitesse limite $\overrightarrow{v_l}$ atteinte par les molécules.

2. Cette vitesse limite étant atteinte rapidement, exprimer la densité de courant d'entraînement moléculaire $\overrightarrow{j_E}(z)$ des protéines à l'altitude z en fonction des données et de la densité moléculaire des protéines $n(z)$.

3. Justifier qu'il existe un courant ascendant de vecteur densité de courant $\overrightarrow{j_D}(z)$. On note D le coefficient de diffusion, donner alors l'expression de $\overrightarrow{j_D}(z)$ en fonction de D, $n(z)$ et $\overrightarrow{e_z}$.

4. Montrer qu'en régime stationnaire, $n(z)$ vérifie une équation différentielle de la forme $\dfrac{dn}{dz} + \dfrac{n}{\delta} = 0$. Exprimer δ en fonction des données.

5. On donne la relation d'Einstein : $D = \dfrac{k_B T}{\alpha}$. Des mesures optiques montrent qu'à une température T, on a $n(z = 0) = 2n(z = h)$. En déduire l'expression de ρ_0 en fonction de k_B, T, h, a, g dans le cas où $\rho << \rho_0$.