Essentiel du chapitre Th 3

Ecrire un bilan de particules:

$N(t)$: nombre de particules dans le système à l'instant t

$N(t+dt)$: nombre de particules dans le système à l'instant $t+dt$

δN_s: nombre de particules qui sortent du système entre les instants t et $t+dt$

δN_e: nombre de particules qui entrent dans le système entre les instants t et $t+dt$

δN_c: nombre de particules qui sont créées dans le système entre les instants t et $t+dt$

δN_a: nombre de particules qui sont absorbées dans le système entre les instants t et $t+dt$

En régime variable, la conservation du nombre de particules s'écrit:

$N(t+dt) - N(t)$ variation du nombre de particules	$=$	$+(\delta N_e + \delta N_c)$ les particules reçues sont comptées $+$	$-(\delta N_s + \delta N_a)$ les particules perdues sont comptées $-$

En régime stationnaire, le nombre de particules dans le système est constant donc le nombre de particules reçues par le système est égal au nombre de particules perdues par le système entre les instants t et $t+dt$ soit:

$$\delta N_e + \delta N_c = \delta N_s + \delta N_a$$

Remarque: cela revient à faire $N(t+dt) = N(t)$ dans l'équation précédente.

Les grandeurs physiques:

La densité particulaire: $n(M,t)$: c'est le nombre de particules par unité de volume

Unité: $[n] = particules.m^{-3}$

La densité particulaire sert à calculer un nombre de particules dans un volume:

Pour un volume élémentaire: $dN(t) = n(M,t)d\tau$

Pour un volume fini: $N(t) = \iiint n(M,t)d\tau$

Le vecteur densité de courant de particules: il est dirigé dans le sens et la direction de déplacement des particules.

Expression: $\overrightarrow{j_D} = n\overrightarrow{v}$

Unité: $[j_D] = particules.m^{-2}.s^{-1}$

Le vecteur densité de courant de particules sert à calculer le nombre de particules qui traversent une surface S entre les instants t et $t+dt$: $j_D(M,t)Sdt$.

La loi de Fick:

La loi de Fick s'écrit $\overrightarrow{j_D} = -D\,\overrightarrow{\text{grad}}\,n$ où D est un coefficient positif appelé coefficient de diffusion ou diffusivité

Pour $n = n(x,t)$: $\overrightarrow{j_D} = -D\dfrac{\partial n}{\partial x}\overrightarrow{e_x}$ et pour $n = n(r,t)$: $\overrightarrow{j_D} = -D\dfrac{\partial n}{\partial r}\overrightarrow{e_r}$

Ordres de grandeur de D: D est d'autant plus petit que le milieu est très dense car les particules ont du mal à se déplacer dans un milieu dense.

diffusion de particules dans un gaz : $D \approx 10^{-5}\ m^2.s^{-1}$

diffusion de particules dans un liquide : $D \approx 10^{-10}\ m^2.s^{-1}$

diffusion de particules dans un solide : $D \approx 10^{-15}\ m^2.s^{-1}$ à $10^{-30}\ m^2.s^{-1}$

Sens physique de la loi de Fick:

La diffusion de particules se produit des fortes vers les faibles densités de particules.

La diffusion est d'autant plus efficace que le coefficient de diffusion est grand et que les inhomogénéités (ou différences) de densités de particules sont grandes.

La diffusion cesse quand la densité est uniforme.

Equation de diffusion (en présence du seul phénomène de diffusion)

C'est l'équation différentielle vérifiée par n, on la trouve en combinant l'équation de conservation de la matière et de la loi de Fick, elle s'écrit: $\dfrac{\partial n}{\partial t} = D\Delta n$ avec $\Delta n = \dfrac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 n}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 n}{\partial z^2}$ en coordonnées cartésiennes (le Laplacien sera donné en coordonnées cylindriques et sphériques).

Cette équation montre que le phénomène est irréversible car lorsque l'on change t en $-t$ (ce qui revient à changer le sens du temps), l'équation est modifiée.

Par analyse dimensionnelle on a $\dfrac{n}{t} = D\dfrac{n}{L^2}$ soit $L^2 Dt$ où L est la distance sur laquelle s'est produite la diffusion pendant la durée t (le phénomène de diffusion n'est pas linéaire, en effet plus il se produit et moins il y a d'inhomogénéités de densités de particules et donc moins la diffusion est efficace, elle ralentit au fur ou à mesure où elle se produit).