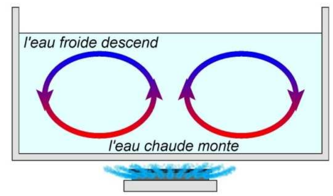
Chapitre th 4 : diffusion thermique

I. **Les trois modes de transfert thermique**

Convection :

Les différences de températures au sein d'un fluide engendrent des différences de masse volumique: les fluides chauds sont .... denses donc ils ...., les fluides froids sont .... denses donc ils .... Il se crée des mouvements de fluide appelés mouvements de convection qui sont très efficaces pour rendre la température homogène.



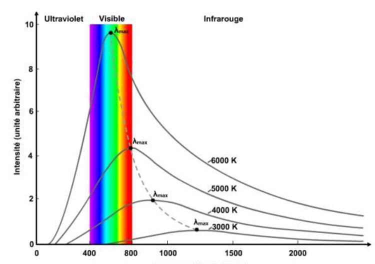
Diffusion :

La conduction (ou diffusion) thermique, est un mode de transfert thermique provoqué par une différence de températures, elle se produit des .... vers les .... températures. La diffusion cesse lorsque la température est....................... La diffusion thermique se réalise sans déplacement de matière à l'échelle macroscopique contrairement à la convection, grâce à la transmission de proche en proche de l'agitation thermique.

Remarque: Dans un fluide, quand la température n'est pas homogène,

Dans un solide, quand la température n'est pas homogène,

Rayonnement : c'est un transport d'énergie sans mouvement macroscopique du support. Les particules chargées qui composent la matière se mettent en mouvement sous l'effet de l'agitation thermique et émettent un champ électromagnétique qui transporte (ou rayonne) de l'énergie. Le rayonnement est le seul transfert thermique qui peut se propager dans le vide.



Remarque: dans un système physique, ces trois modes se produisent souvent simultanément, prenons l'exemple d'une fenêtre:

II. **Loi de conservation de l'énergie ou premier principe de la thermodynamique**

L'énergie interne d'un système peut varier pour plusieurs raisons:

- Le système peut échanger du transfert thermique avec le milieu extérieur (ici par diffusion)

- Le système peut être le siège de réactions chimiques ou nucléaires exothermiques (qui produisent de l'énergie), l'énoncé donne p l'énergie thermique produite par unité de volume et de temps.

- Le système peut être le siège de réactions chimiques ou nucléaires endothermiques (qui prélèvent de l'énergie au l'énergie), l'énoncé donne a l'énergie thermique absorbée par unité de volume et de temps.

- pour une phase condensée (liquide ou solide), on néglige les variations de volume donc le travail échangé est nul.

On note:

δQ_e:

δQ_s:

δQ_p:

δQ_a:

En régime variable, le bilan local d'énergie entre t et $t + dt$

En régime stationnaire, le bilan local d'énergie s'écrit:

Remarque:

III. **Les grandeurs physiques**

1. Définitions

$T(M, t)$:

$\overrightarrow{j_Q}(M, t)$:

Son sens et sa direction sont

Sa norme représente l'énergie thermique par unité de surface et par unité de temps

$[j_Q] =$

Soit $\phi = j_Q(M,t)S$ s'appelle le flux thermique et représente

Soit $\phi dt = j_Q(x,t)Sdt$ représente

Autres grandeurs :

ρ :

c :

La variation d'énergie interne d'un système de volume V entre t et $t+dt$ s'écrit :

2. Utilisation du vecteur densité de courant thermique

Exp: on note $\overrightarrow{j_Q} = j_Q(r,t)\overrightarrow{e_r}$ en coordonnées sphériques. Exprimer la puissance reçue par la sphère de rayon R.

Exp: on note $\overrightarrow{j_Q} = j_Q(r,t)\overrightarrow{e_r}$ en coordonnées cylindriques. Exprimer le puissance perdue par le cylindre de rayon R et de hauteur h.

IV. **Loi de Fourier**

C'est une loi phénoménologique qui s'écrit : $\overrightarrow{j_Q} = -\lambda \, \overrightarrow{\text{grad}} \, T$ où λ s'appelle la conductivité thermique du matériau.

A une dimension, lorsque la diffusion se produit selon l'axe Ox, soit $T = T(x,t)$:

A une dimension, lorsque la diffusion se produit selon l'axe $\overrightarrow{e_r}$, soit $T = T(r,t)$:

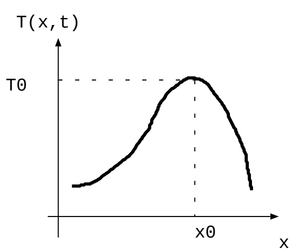
Unité de λ:

Ordres de grandeur de λ à connaître:

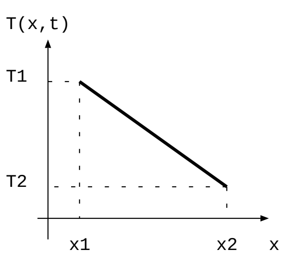
milieu	air	eau	acier	cuivre
λ ($W.K^{-1}.m^{-1}$)	$0,02$	$0,6$	50	400

Que traduit cette loi?

Illustration graphique:



Cas particulier important:



V. Cas du régime stationnaire: notion de résistance thermique

1. Exemples de régime stationnaire:

Exemple 1: On étudie la diffusion thermique à travers la façade d'une maison en hiver, on note T_{ext} la température de l'air extérieur et T_{int} la température de l'air extérieur. Le transfert thermique se fait du chaud vers le froid, soit de l'intérieur vers l'extérieur de la maison.

L'air extérieur reçoit du transfert thermique mais sa température

L'air intérieur perd du transfert thermique. L'hypothèse d'un régime stationnaire s'applique:

- soit en utilisant un chauffage qui apporte de l'énergie et permet de maintenir constante T_{int}

- soit en se plaçant sur des échelles de temps plus petites que les échelles de temps caractéristiques de la diffusion (par exemple si la variation de température dans la maison se fait sur des temps de l'ordre de quelques heures, donc si on me demande d'étudier les transferts thermiques à l'échelle de la minute, la température T_{int} n'a pas le temps de varier, l'hypothèse du régime stationnaire est valable).

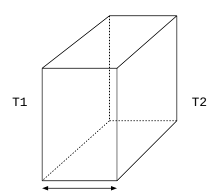
Exemple 2: Un animal possède une température corporelle T_{int} supérieure à la température extérieure.

2. Notion de résistance thermique

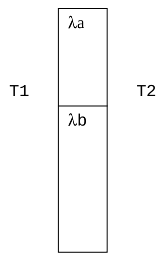
En régime stationnaire on observe que le flux thermique (ou puissance thermique) est proportionnelle à la différence de température. On en déduit donc la notion de résistance thermique par analogie avec l'électricité.

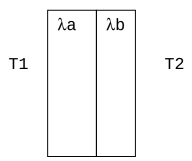
Conduction électrique

Conduction ou diffusion thermique

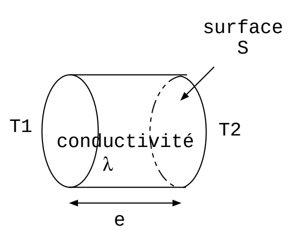


3. Association de résistances en série ou en parallèle

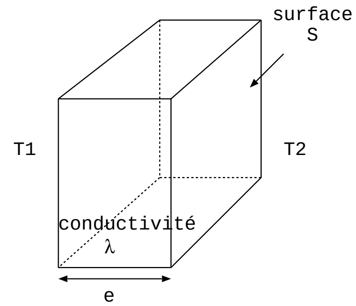




4. Expression de la résistance thermique pour de la diffusion selon Ox



ou



.

5. Utilisation de la résistance thermique

Exemple 1: Soit un vitrage simple d'épaisseur $e = 5\ mm$, de conductivité thermique $\lambda = 1,15\ W.m^{-1}.K^{-1}$. La température de surface du vitrage intérieure est 22^0C, la température de surface du vitrage extérieure 10^0C. Calculer la résistance thermique du vitrage et la puissance thermique dissipée à travers ce vitrage pour une surface de $10\ m^2$.

Exemple 2: Soit un mur de façade de surface totale 45 m^2 composé de $S_b = 40\ m^2$ de béton sur une épaisseur $e_b = 25\ cm$ et d'une fenêtre simple vitrage en verre d'épaisseur $e_v = 5\ mm$ et de surface $S_v = 5\ m^2$. La température extérieure est de -3^0C et la température intérieure de 20^0C. On donne les conductivités thermiques du béton $\lambda_b = 0,9\ W.m^{-1}.K^{-1}$ et du verre $\lambda_v = 1,2\ W.m^{-1}.K^{-1}$. Représenter le schéma électrique équivalent et calculer la puissance des pertes thermiques par ce mur de façade. *Réponse :* $P = 31\ kW$

Exemple 3: Le mur d'un four industriel comporte trois couches de matériaux différents accolées les unes aux autres :

- Une couche de briques réfractaires à l'intérieur du four ($\lambda_1 = 1,21\ SI$)

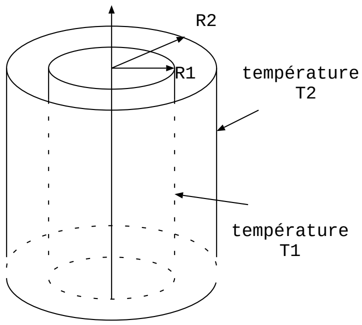
- Une couche de revêtement calorifuge ($\lambda_2 = 0,08\ SI$)

- Une couche de briques à l'extérieur du four ($\lambda_3 = 0,69\ SI$)

Chaque couche a une épaisseur $e = 10\ cm$. La température est de $T_i = 850^0\ C$ à l'intérieur du four et de $T_e = 32^0\ C$ à l'extérieur.

Utiliser une analogie électrique pour modéliser le système. La surface du mur est de 10 m^2, calculer l'énergie perdue par diffusion pendant 24 heures? Quelle est la température T_{12} à l' interface brique réfractaire-revêtement calorifugé et la température T_{23} à l'interface brique-revêtement calorifugé au milieu du revêtement? *Réponses :* $R_{tot} = 0,148\ SI,\ P = 5,5\ kW,\ T_{12} = 804^0C,\ T_{23} = 115^0C$

6. Expression de la résistance thermique en symétrie cylindrique

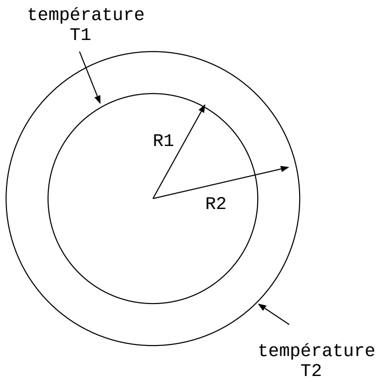


On cherche l'expression de la résistance thermique de la forme:

On définit $\mathcal{P}_{th}(r)$, la puissance thermique perdue par le cylindre de rayon r et de hauteur h.
On a $\mathcal{P}_{th}(r) =$

On montre que $\mathcal{P}_{th}(r)$ ne dépend pas de r:

7. Expression de la résistance thermique en symétrie sphérique



On cherche l'expression de la résistance thermique de la forme:

On définit $\mathcal{P}_{th}(r)$, la puissance thermique perdue par la sphère de rayon r et de centre O.
On a $\mathcal{P}_{th}(r) =$

On montre que $\mathcal{P}_{th}(r)$ ne dépend pas de r:

VI. Cas du régime stationnaire: contact solide-liquide

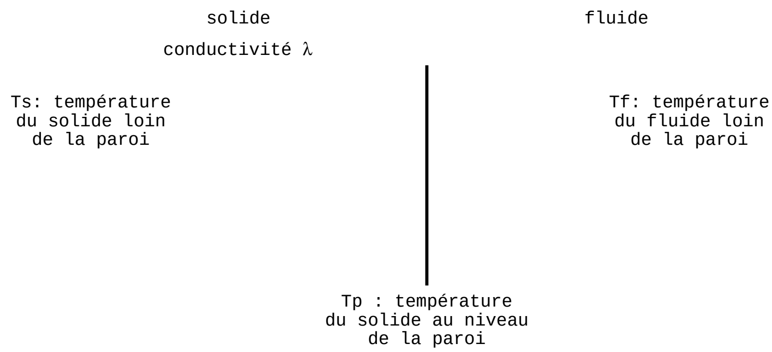
1. Conditions aux limites à une interface solide-liquide: loi de Newton

Dans un solide, le transfert thermique ne se fait que par

Dans un fluide, le transfert thermique se fait principalement par

(la diffusion se produit en même temps que la convection mais la diffusion est beaucoup plus lente et beaucoup moins efficace donc on peut la négliger).

Que se passe-t-il à l'interface solide-fluide?



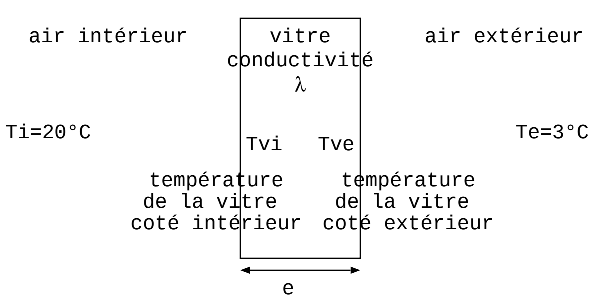
La loi de Newton (donnée dans les énoncés) s'écrit: $j_{cc} = h(T_p - T_f)$: c'est le courant thermique de conducto-convection lié au transfert thermiqu reçu par le fluide.

h est le coefficient de transfert qui dépend

2. Résistance associée au transport conducto-convectif

3. Exemple de situation réelle:

Modèle électrique:



VII. **Bilan local d'énergie**

L'objectif de ce paragraphe est d'établir l'équation locale traduisant la conservation de l'énergie en présence de diffusion et éventuellement en présence de sources internes de productions d'énergie, pour des situations où la température ne dépend que d'une coordonnée d'espace.

1. *Cas où la diffusion se produit selon Ox*

La diffusion se produit selon Ox dans un système de section S (surface perpendiculaire à la direction Ox). On note $T(x,t)$ la température en x à l'instant t et $\overrightarrow{j_Q}(x,t) = j_Q(x,t)\overrightarrow{e_x}$. On note p la production d'énergie par unité de volume et de temps.

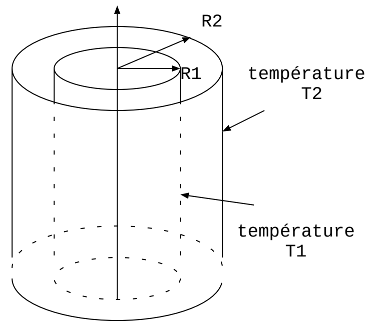
On considère le système élémentaire

On applique.

Remarque 1: dans le cas d'un régime stationnaire sans production d'énergie:

Remarque 2: dans le cas où la diffusion se produit selon Ox, Oy et Oz soit $T = T(x,y,z,t)$ et $\overrightarrow{j_Q}(x,y,z,t) = j_{Qx}\overrightarrow{e_x} + j_{Qy}\overrightarrow{e_y} + j_{Qz}\overrightarrow{e_z}$, l'équation de conservation de l'énergie devient:

2. *Cas où la diffusion est radiale dans un cylindre*



On note $T(r,t)$ la température en r à l'instant t et $\overrightarrow{j_Q}(r,t) = j_Q(r,t)\overrightarrow{e_r}$. On note p l'énergie produite par unité de volume et de temps.

On considère le système élémentaire

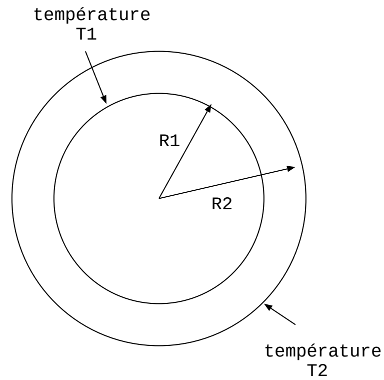
On applique

Remarque: on rappelle la divergence en coordonnées cylindriques: $div\overrightarrow{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial(rA_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$

Remarque: dans le cas d'un régime stationnaire sans production d'énergie:

Remarque: dans certains sujets de concours, on demande de montrer que la puissance reçue par le système élémentaire s'écrit: $dP_r = 2\pi drh\frac{\partial}{\partial r}(j_Q(r)r^2)$.

3. *Cas où la diffusion est radiale dans une sphère*



On note $T(r,t)$ la température en r à l'instant t et $\overrightarrow{j_Q}(r,t) = j_Q(r,t)\overrightarrow{e_r}$. On note p l'énergie thermique produite par unité de volume et de temps.

On considère le système élémentaire

On applique

Remarque: on rappelle la divergence en coordonnées sphériques:

$$div\overrightarrow{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial(\sin\theta A_\theta)}{\partial\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial(A_\phi)}{\partial\phi}$$

Remarque: dans le cas d'un régime stationnaire sans production d'énergie:

Remarque: dans certains sujets de concours, on demande de montrer que la puissance reçue par le système élémentaire s'écrit: $dP_r = 4\pi dr\frac{\partial}{\partial r}(j_Q(r)r^2)$.

VIII. **Equation de diffusion en régime variable sans production d'énergie**

L'équation de diffusion est l'équation différentielle aux dérivées partielles vérifiées par la température. On la trouve en combinant la loi de Fourier et le premier principe de la thermodynamique (dite équation bilan local d'énergie).

1. *Cas de la diffusion à 1D selon Ox.*

La loi de Fourier s'écrit:

Le bilan local d'énergie s'écrit (sans production d'énergie):

On a donc:

2. *Cas général à 3D*

La loi de Fourier s'écrit:

Le bilan local d'énergie s'écrit (sans production d'énergie):

On a donc:

Le Laplacien en coordonnées cartésiennes:

Le Laplacien en coordonnées cylindriques ou sphériques:

3. *Commentaires sur l'équation de diffusion*

Que devient cette équation lorsqu'on change t en $-t$? Commenter.

Calculer un ordre de grandeur du temps de diffusion: Les murs d'une maison sont construits en béton et ont pour épaisseur $d = 20\ cm$. La température extérieure est de 0^0C et la température intérieure est initialement 20^0C. Donner un ordre de grandeur du temps de diffusion thermique à travers ces murs. Données: $\rho = 2200\ kg.m^{-3}$, $\lambda = 0,8\ W.K^{-1}.m^{-1}$ et $c = 880\ J.kg^{-1}.K^{-1}$.

Que devient cette équation en régime stationnaire?