## Problème Thermique (simplifiée) d'une plaque de combustible nucléaire sans la gaine

Soit une plaque de combustible nucléaire dans laquelle des réactions nucléaires, réparties uniformément, dégagent une puissance thermique volumique $\varphi_V$ constante. $\varphi_V$ = 500 W.cm$^{-3}$ est la puissance thermique produite par unité de volume de combustible. Cette plaque parallélipédique est d'épaisseur $2 \cdot e = 4,0$ mm, de largeur $l$ = 7,5 cm et de hauteur $H$ = 1,0 m (figure 1).

Le combustible nucléaire est un corps solide homogène de masse volumique $\rho$, de capacité thermique massique $c$ et de conductivité thermique $\lambda$ = 3,65 W.m$^{-1}$.K$^{-1}$. Nous supposerons que $\rho$, $\lambda$ et $c$ sont indépendants de la température. Dans tout ce problème, on se placera en régime permanent, dans le plan ($x$O$z$) et à une cote $z$ fixe pour établir les profils de température $T(x)$ selon l'axe des $x$. On suppose qu'il n'y a pas d'échange d'énergie autre que par conduction et selon la direction $x$. Dans ces conditions, la plaque est réfrigérée à gauche par un fluide 1 qui impose une température de paroi $T_1 = T(x = -e)$ et à droite par un fluide 2 qui impose une température de paroi $T_2 = T(x = e)$.

On rappelle que l'expression générale de l'équation de la chaleur s'écrit : $\rho \cdot c \cdot \dfrac{\partial T}{\partial t} = \varphi_V + \lambda \cdot \Delta T$, où $\Delta T$ représente le laplacien de la température $T$. En coordonnées cartésiennes, l'opérateur laplacien $\Delta T$ a pour expression : $\Delta T = \dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 T}{\partial z^2}$.

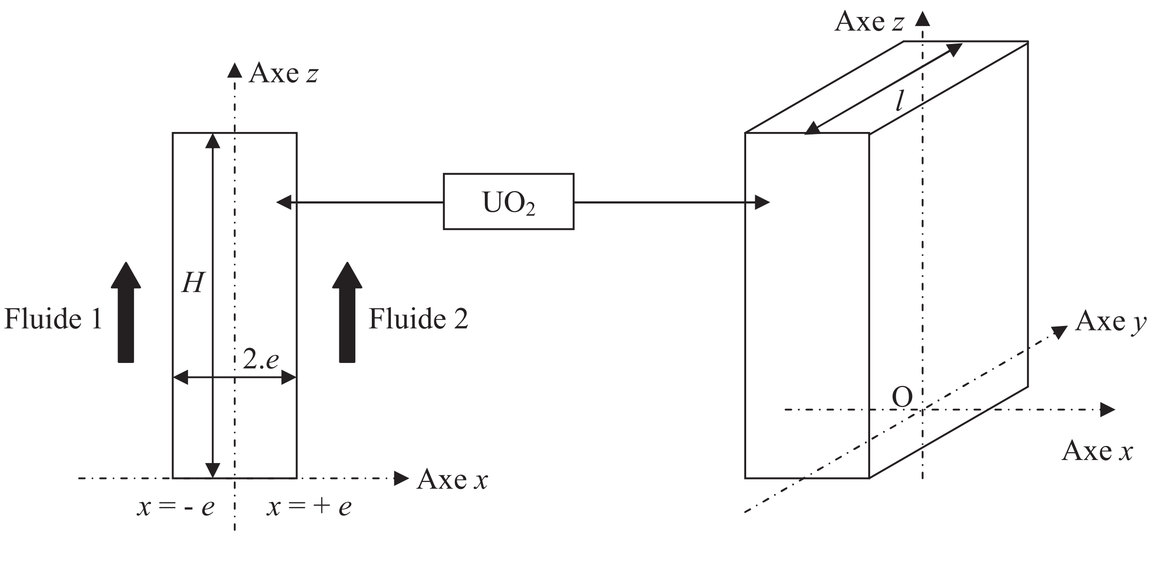


Figure 1 : plaque de combustible nucléaire sans gaine avec son refroidissement

**A.1.1-** Donner l'expression littérale de la puissance thermique $P_{th}$ produite dans le combustible, puis calculer sa valeur.

**A.1.2-** Donner l'expression littérale de $T(x)$ en fonction de $\varphi_V$, $T_1$, $T_2$, $e$ et $\lambda$. En déduire l'expression littérale de $x_{\max}$, valeur de $x$ pour laquelle la température est maximale, ~~ainsi que cette dernière, $T_{\max}$,~~ en fonction de $\varphi_V$, $T_1$, $T_2$, $e$ et $\lambda$.

**A.1.3-** Dans le cas où $T_1 = T_2 = 540$ K, calculer les valeurs de $x_{max}$ et $T_{max}$, puis tracer le profil de température $T(x)$ dans la plaque.

**A.1.4-** Dans le cas où $T_1 = 580$ K et $T_2 = 540$ K, calculer les valeurs de $x_{max}$ ~~et $T_{max}$~~, puis tracer le profil de température $T(x)$ dans la plaque. On donne Tmax=834 K.

On considère que les fluides de refroidissement arrivent à la même température et à la même pression en bas de la plaque combustible ($z$ = 0) mais possèdent des vitesses d'écoulement différentes : $v_1$ pour le fluide 1 et $v_2$ pour le fluide 2.

En justifiant votre réponse, dire lequel de ces deux fluides possède la vitesse d'écoulement la plus élevée pour avoir $T_1 > T_2$.

## A.2- Profils de température

**A.2.1-** On considère un solide formé de deux parties parallélipédiques distinctes A et B, de même hauteur $H$, de même largeur $l$, mais d'épaisseurs différentes, respectivement $e_1$ et $e_2$ (figure 2). Leurs propriétés physiques sont homogènes mais différentes. On leur associe respectivement les conductivités thermiques $\lambda_A$ et $\lambda_B$. Il n'y a aucun dégagement de puissance dans ces deux solides qui, par ailleurs, sont reliés sans résistance thermique. Les températures $T_0 = T(x=0)$ et $T_2 = T(x = e_1 + e_2)$ sont fixées.

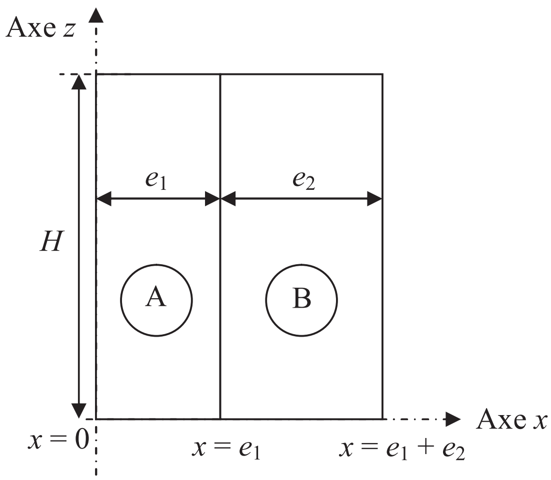


Figure 2 : solide composé de deux parties A et B

On suppose qu'il n'y a pas d'échange d'énergie autre que par conduction et selon la direction $x$. Déterminer, en le justifiant, si chacun des quatre profils de température $T(x)$ proposés (figure 3, page suivante) est, en régime permanent, possible ou non. Pour le ou les profils possibles, vous préciserez le sens du vecteur densité de flux thermique ainsi que la ou les valeurs de la température en $x = e_1$ en fonction de $\lambda_A$, $\lambda_B$, $e_1$, $e_2$, $T_0$ et $T_2$.

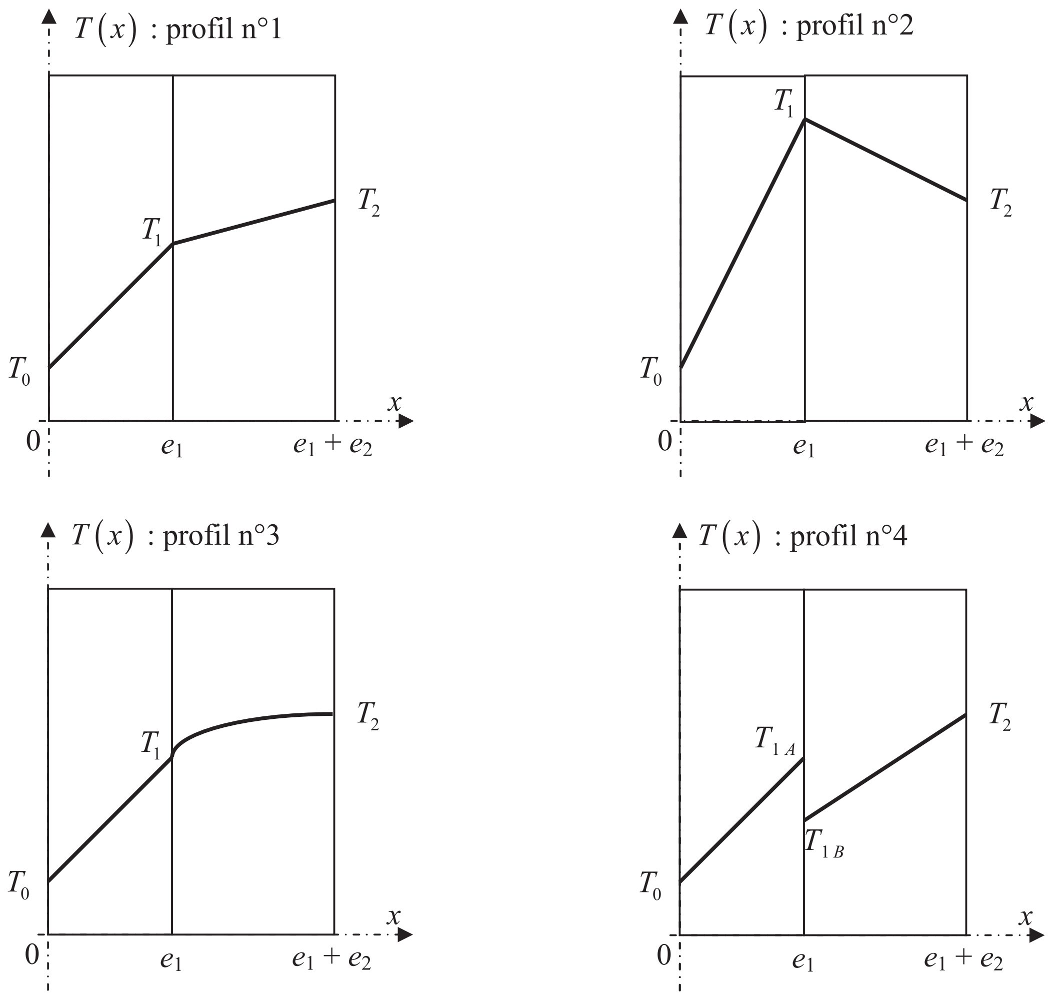


Figure 3 : profils de température dans un solide composé de deux parties A et B