

I. Résistance thermique d'une façade

La température intérieure d'une maison est $T_i = 20^{\circ}C$ et la température extérieure est $T_e = 0^{\circ}C$. On étudie les pertes thermiques en régime stationnaire pour une façade de surface $S = 30 \text{ m}^2$ de la maison à travers de laquelle est percée une fenêtre de surface $s = 6 \text{ m}^2$. La façade est constituée d'une épaisseur $e_b = 20 \text{ cm}$ de béton et d'une épaisseur $e_p = 10 \text{ cm}$ de polystyrène expansé.

Cas 1: La fenêtre est en simple vitrage d'épaisseur $e_v = 0,5 \text{ cm}$.

Cas 2: La fenêtre est en double vitrage constitué de deux vitres d'épaisseur $e = 0,5 \text{ cm}$ et d'une tranche d'air de même épaisseur e .

Données:

Matériau	béton	polystyrène	verre	air
Conductivité thermique ($W.K^{-1}.m^{-1}$)	1	4.10^{-3}	3.10^{-2}	1

Utiliser un modèle électrique pour calculer les pertes thermiques à travers la façade dans les deux cas.

Cas 1: simple vitrage

schéma réel

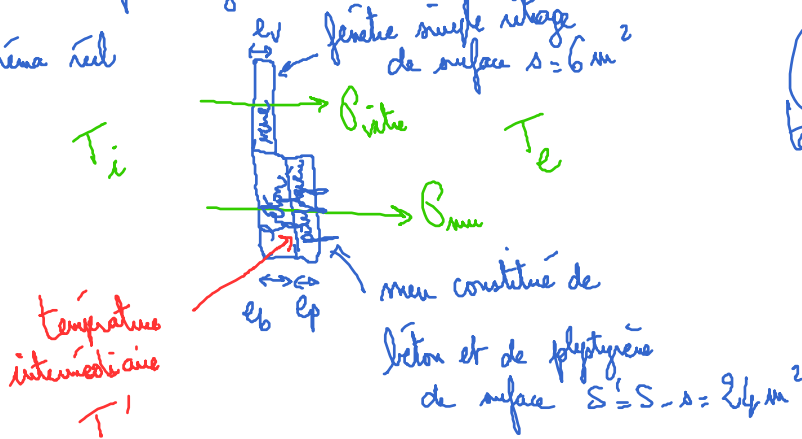
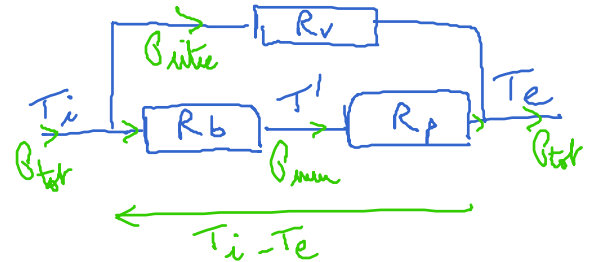


schéma électrique équivalent:
(on place 3 fils qui correspondent aux températures T_i, T' et T_e)



$$R_v = \frac{e_v}{\lambda_v s} = 0,028 \text{ kW}^{-1}$$

$$R_b = \frac{e_b}{\lambda_b S'} = 0,0083 \text{ kW}^{-1}$$

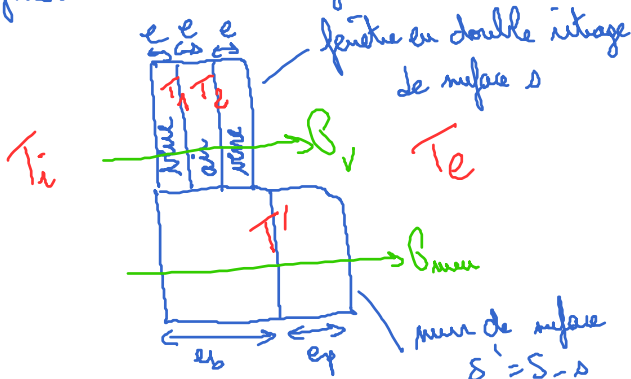
$$R_p = \frac{e_p}{\lambda_p S'} = 1,04 \text{ kW}^{-1}$$

$$P_{\text{tot}} = \frac{T_i - T_e}{R_v} + \frac{T_i - T_e}{R_b + R_p} = 736 \text{ W}$$

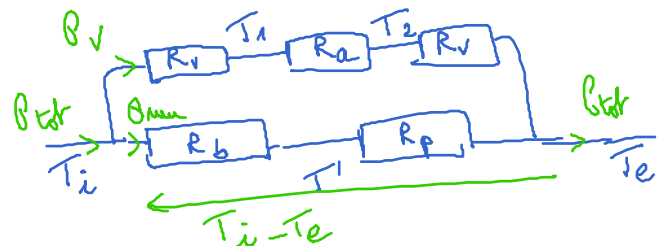
puissance perdue par la vitre
19 W
puissance perdue par le mur

Cas 2: fenêtre en double vitrage

schéma réel



modèle électrique équivalent



$$R_a = \frac{e}{\lambda_{air} S'} = 8,3.10^{-4} \text{ kW}^{-1}$$

$$P_{\text{tot}} = \frac{T_i - T_e}{R_v + R_a + R_v} + \frac{T_i - T_e}{R_b + R_p} = 371 \text{ W}$$

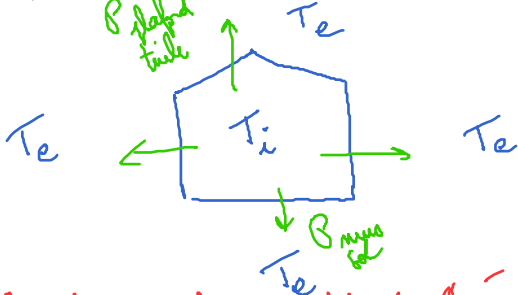
perdue par la vitre
perdue par le mur
(le double vitrage diminue beaucoup les pertes)

II. Chauffage d'une pièce

On souhaite maintenir constante la température d'une pièce à $T_i = 20^\circ\text{C}$. La résistance thermique des 4 murs et du sol est $R_1 = 10 \cdot 10^{-3} \text{ K.W}^{-1}$. La résistance thermique du plafond et des tuiles est $R_2 = 10 \cdot 10^{-3} \text{ K.W}^{-1}$. La température de l'extérieur est $T_e = 10^\circ\text{C}$. On se place en régime stationnaire.

- Calculer la puissance thermique P à apporter à la pièce pour maintenir constante la température.
- On améliore l'isolation thermique en rajoutant une plaque de matériau isolant entre le plafond et les tuiles. Calculer la résistance thermique R'_2 de ce matériau afin de réaliser une économie de 50 % sur la puissance thermique P .

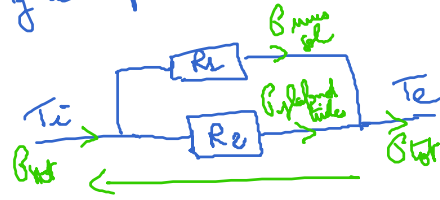
1) Schéma réel :



En appliquant la conservation de l'énergie à la maison en régime stationnaire :

$$P_{\text{apport}} = P_{\text{perdue}} \text{ soit } P = P_{\text{tot}} = 6 \text{ kW}$$

Modèle électrique équivalent :
(il y a 2 fils car 2 températures)



$$P_{\text{tot}} = \frac{T_i - T_e}{R_1} + \frac{T_i - T_e}{R_2} = 6 \text{ kW}$$

perdes par les murs et le sol perdes par le plafond et les tuiles

2) Schéma réel :

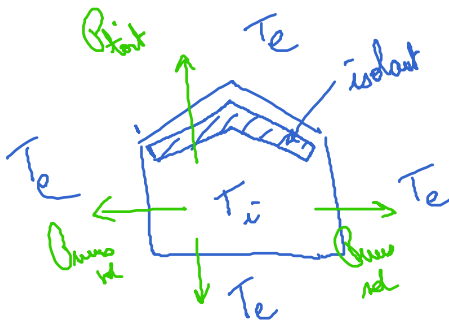
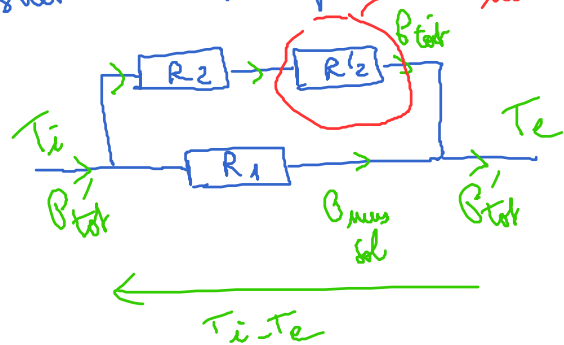


schéma électrique équivalent : isolant



$$P'_{\text{tot}} = \frac{T_i - T_e}{R_1} + \frac{T_i - T_e}{R_2 + R'_2} = P_{\text{tot}} \times \frac{1}{2}$$

on veut faire 50% d'économie par rapport au cas précédent

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + R'_2} = \frac{P_{\text{tot}}}{2(T_i - T_e)}$$

$$\frac{1}{R_2 + R'_2} = \frac{P_{\text{tot}}}{2(T_i - T_e)} - \frac{1}{R_1}$$

$$R'_2 = \frac{1}{\frac{P_{\text{tot}}}{2(T_i - T_e)} - \frac{1}{R_1}} - R_2 = 0,003 \text{ K.W}^{-1}$$

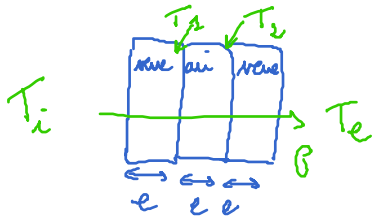
III. Double vitrage

Une fenêtre est composée de deux vitres de même épaisseur e et de conductivité thermique λ , séparées par une même épaisseur e d'air, de conductivité thermique λ' . En plus de la conduction thermique, on tient compte des échanges thermiques convectifs entre le verre de température de surface T_s et l'air de la pièce de température T_a . Ces échanges suivent la loi de Newton donnée par $j = h(T_s - T_a)$. Surface $S = 10 \text{ m}^2$

1. Calculer la résistance thermique R_1 liée au phénomène de conduction dans le double vitrage.
2. Montrer que les échanges convectifs introduisent une résistance thermique R_c . Calculer R_{ce} et R_{ci} , les résistances thermiques associées à l'intérieur et à l'extérieur de la maison.
3. Faire un schéma électrique équivalent de cette fenêtre et calculer les pertes thermiques.

Données: $e = 3 \text{ mm}$, $\lambda = 1,2 \text{ SI}$, $\lambda' = 0,025 \text{ SI}$, $h_i = 10 \text{ SI}$ (coefficient de transfert pour l'air intérieur) et $h_e = 20 \text{ SI}$ (coefficient de transfert pour l'air extérieur), $T_e = -5^\circ\text{C}$ et $T_i = 20^\circ\text{C}$ (températures respectives de l'air extérieur et de l'air intérieur), $T_{s1} = 15^\circ\text{C}$ et $T_{s2} = 3^\circ\text{C}$.

1) schéma réel :



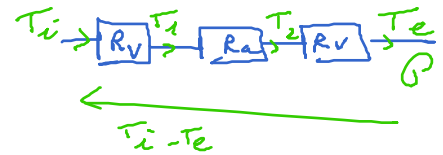
$$R_v = \frac{e}{\lambda S} = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ kW}^{-1}$$

$$R_a = \frac{e}{\lambda' S} = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ kW}^{-1}$$

($R_a > R_v$: l'air est isolant)

$$R_1 = R_v + R_a + R_v = 1,25 \cdot 10^{-2} \text{ kW}^{-1}$$

modèle électrique

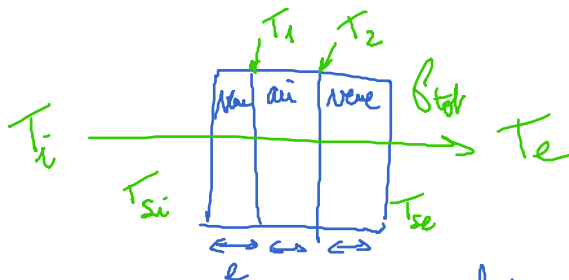


2) Par analogie avec la loi d'Ohm : $R_c = \frac{T_s - T_a}{Q_c} = \frac{T_s - T_a}{j \times S} = \frac{1}{hS}$

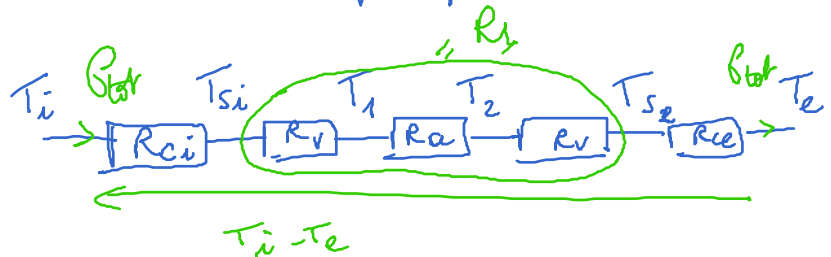
Ad: $R_{ci} = \frac{1}{h_i S} = 0,01 \text{ kW}^{-1}$ $R_{ce} = \frac{1}{h_e S} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ kW}^{-1}$

($h_e > h_i$ car il y a des courants d'air à l'extérieur)

3) schéma réel :



modèle électrique équivalent



par analogie avec la loi d'Ohm $Q_{tot} = \frac{T_i - T_e}{R_{ci} + R_1 + R_{ce}} = 910 \text{ W}$