Programme de colle S10

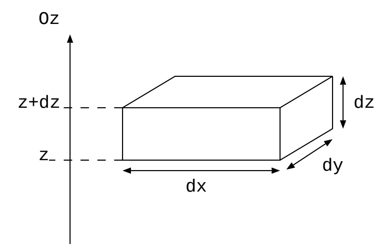
Cours de mécanique des fluides

1. Ecrire l'équation de conservation de la masse et la démontrer en considérant un système élémentaire de section S compris entre x et $x + dx$ tel que le vecteur densité de courant de masse s'écrit $\overrightarrow{j} = j(x,t)\overrightarrow{e_x}$.

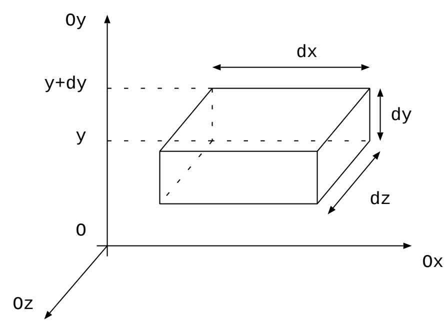
2. Définir la notion d'écoulement incompressible. Préciser la condition nécessaire pour laquelle un gaz est en écoulement incompressible. Démontrer l'équation locale caractéristique d'un écoulement incompressible. On donne : $\mathrm{div}(\mathrm{f}\overrightarrow{A}) = \mathrm{f}\mathrm{div}\overrightarrow{A} + \overrightarrow{A}.\overrightarrow{\mathrm{grad}}\mathrm{f}$.

3. Définir la notion d'écoulement irrotationnel et en déduire l'existence d'un potentiel des vitesses. Préciser l'équation vérifiée par le potentiel des vitesses pour un écoulement incompressible et irrotationnel.

4. Soit une particule fluide de volume élémentaire $d\tau = dxdydz$. Exprimer la résultante des forces de pression exercées sur cette particule fluide pour $P = P(z)$. En déduire l'expression générale de la résultante des forces de pression exercée sur une particule fluide de volume $d\tau$.



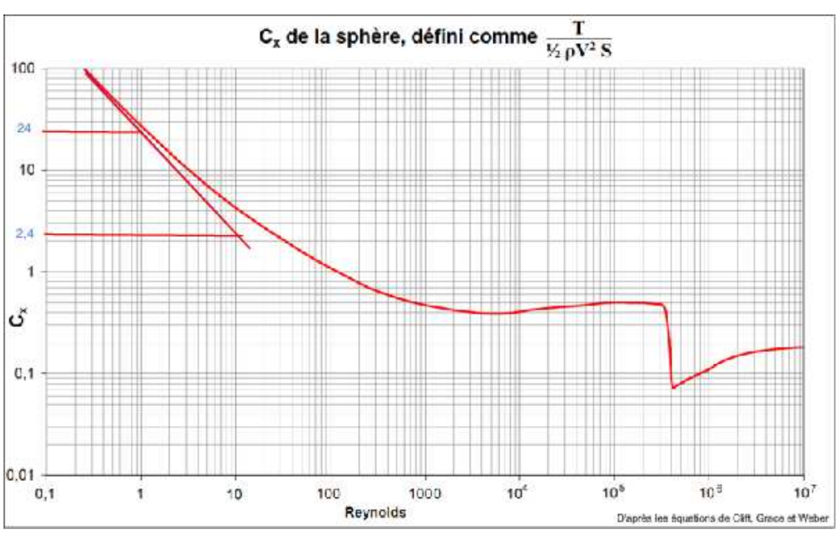
5. Soit un écoulement décrit par le champ des vitesses $\overrightarrow{v} = v_x(y)\overrightarrow{e_x}$. On donne la force de viscosité exercée sur la couche de fluide de surface dS placée en y de la part du fluide au dessus d'elle: $d\overrightarrow{F_v}(y) = \eta\dfrac{\partial v_x(y)}{\partial y}dS\overrightarrow{e_x}$. Soit une particule fluide de volume élémentaire $d\tau = dxdydz$. Exprimer la résultante des forces de viscosité exercées sur cette particule fluide. En déduire l'expression générale de la résultante des forces de viscosité exercées sur le volume $d\tau$.



6. Ecrire l'équation de Navier-Stokes, préciser son unité et commenter chaque terme.

7. Donner la définition et l'expression du nombre de Reynolds. En déduire la nature de l'écoulement pour un faible ou pour un grand nombre de Reynolds.

8. Utiliser la courbe donnant le coefficient de traînée autour d'une sphère en fonction du nombre de Reynolds pour montrer que la force de traînée pour des petits nombres de Reynolds s'écrit (en norme) $F = 6\pi R\eta v$ où η est la viscosité du fluide, R le rayon de la sphère et v la vitesse de l'écoulement.



Exercices de dynamique des fluides visqueux: utilisation de l'équation de Navier Stokes (expression du champ de vitesse, du champ de pression, calcul de débits volumiques et de vitesses moyennes, tracé de profil des vitesses

S'il reste du temps, le colleur peut ajouter un exercice portant sur la diffusion thermique