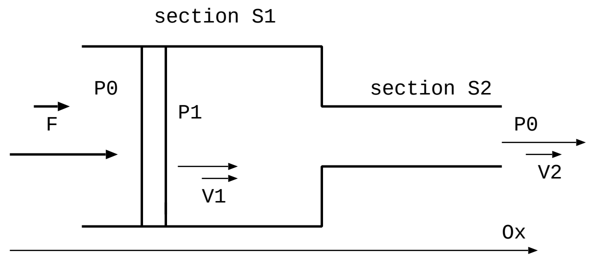
TD dynamique des fluides parfaits

I. **Débit d'une seringue**

Dans la seringue, le piston se déplace sans frottement dans un cylindre de section S_1 et de diamètre $d_1 = 4\ cm$ rempli d'un liquide supposé parfait de masse volumique $\rho = 1000\ kg.m^{-3}$. Le piston est poussé par une force $F = 62\ N$ à une vitesse v_1 constante. Le fluide peut s'échapper vers l'extérieur par un cylindre de section S_2 et de diamètre $d_2 = 1\ cm$ à une vitesse v_2. On note $P_0 = 1\ bar$ la pression atmosphérique.



Déduire de la RFD appliquée au piston et de l'application de la relation de Bernoulli, l'expression du débit volumique du fluide dans la seringue. Faire l'AN.

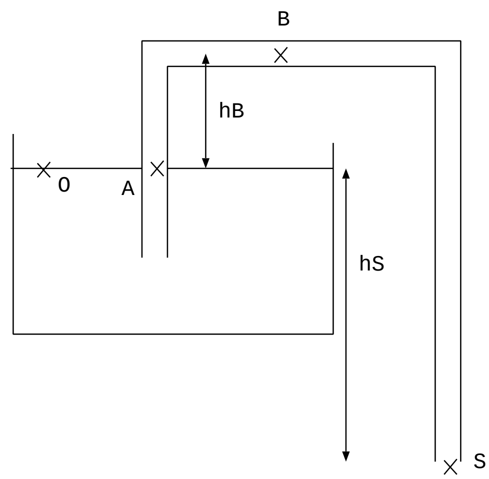
Réponse: $D_v = \sqrt{\dfrac{2FS_1S_2^2}{\rho(S_1^2 - S_2^2)}}$

II. **Siphon**

Le dispositif est composé d'un réservoir rempli d'eau de masse volumique ρ. Le niveau d'eau est maintenu constant grâce à une alimentation. La conduite de vidange a une section S. On néglige la viscosité de l'eau.

1. Exprimer la pression en B en fonction de P_0, ρ, g, h_B, S et le débit volumique D_v dans le siphon. Justifier que B est le point où la pression est minimale dans le siphon.

2. Lorsque la pression en B atteint la pression de vapeur saturante de l'eau notée P_{sat}, il apparaît de bulles d'eau vapeur: c'est le phénomène de cavitation. Déterminer le débit maximal D_v que l'on peut obtenir sans que le phénomène de cavitation ne se produise. Donnée: $P_{sat} \approx 0$.



Réponses: 1- $P_B = P_0 - \rho g h_B - \dfrac{\rho D_v^2}{2S^2}$ *2-* $D_v < S\sqrt{\dfrac{2(P_0 - \rho g h_B)}{\rho}}$

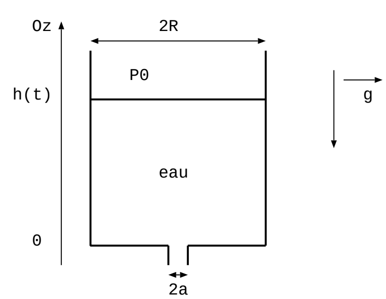
III. **Vidange d'un réservoir**

Considérons un récipient cylindrique d'axe de révolution vertical Oz de rayon $R = 10\ cm$ rempli d'eau sur une hauteur initiale h_0. Son fond est percé d'une ouverture circulaire d'un rayon $a = 1\ cm$. Au cours du temps le récipient se vide, on note $h(t)$ la hauteur d'eau dans le récipient. On suppose que le récipient se vide très lentement, on se place donc en régime quasi-stationnaire. On néglige la viscosité de l'eau.

1. Tracer l'allure de quelques lignes de courant dans le réservoir. On note A un point à la surface de l'eau dans le réservoir et B le point dans le trou du réservoir sur la ligne de courant passant par A.

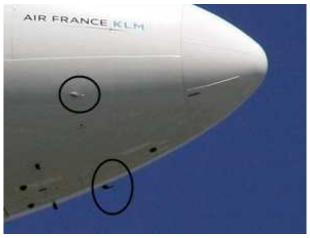
2. Déduire de la conservation du débit volumique et de la relation de Bernoulli, l'expression de la vitesse de l'eau en A. Que devient cette expression lorsque $a << R$?

3. Donner la relation simple qu'il y a entre v_A et $\dfrac{dh}{dt}$. Exprimer le temps τ de vidange de ce réservoir.



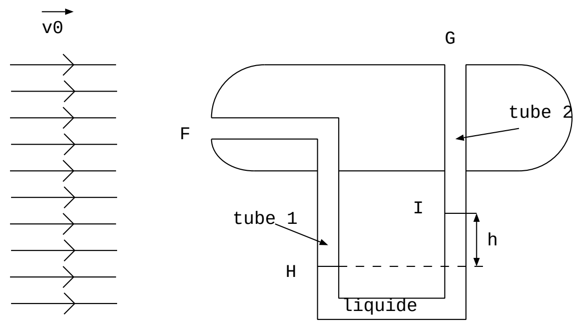
Réponse : $v_A = \dfrac{a^2}{R^2}\sqrt{2gh}$ *et* $\tau = \sqrt{\dfrac{2h_0}{g}}\sqrt{\dfrac{R^4}{a^4} - 1}$

IV. **Tube de pitot**



Le tube de Pitot est une sonde très rustique mais essentielle à la sécurité de tous les avions puisqu'elle donne une mesure de la vitesse. Les tubes de Pitot sont dégivrés régulièrement et une défaillance de l'un deux peut causer une chute de l'appareil.

Ce tube possède deux ouvertures en F et G. L'ouverture en F est la prise dite de pression totale et celle en G est la prise dite de pression statique. On mesure la différence de pression de l'air entre les deux tubes 1 et 2 avec un manomètre différentiel, ce qui permet d'obtenir la vitesse v_0 de l'écoulement. On considère que l'air est un fluide parfait, homogène, incompressible, de masse volumique ρ et en écoulement stationnaire. On rappelle que les effets de la gravité sur l'air sont négligés. Loin du tube l'air a une pression P_0 et une vitesse v_0.



1. Représenter l'allure de la ligne de courant qui aboutit en F et l'allure de la ligne de courant qui longe le tube et passe à proximité de G.

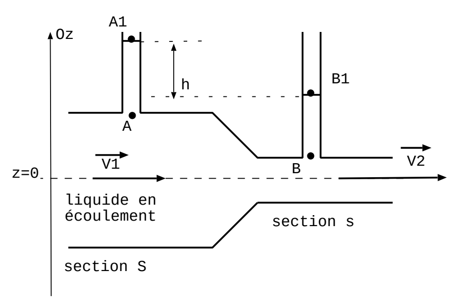
2. Déterminer, en fonction de P_0, v_0, et ρ, les expressions de la vitesse v_F, de la pression P_F du fluide en F, de la vitesse v_G et la pression P_G du fluide en G (on fait l'hypothèse que l'appareil de mesure perturbe peu l'écoulement).

3. Dans le manomètre, il y a un liquide de masse volumique ρ_l. On mesure une différence d'altitude h entre les deux surfaces du liquide. Exprimer la vitesse de l'écoulement v_0 de l'air en fonction de ρ_l, ρ, g et h. Comment évolue h lorsque la vitesse de l'air augmente ?

Réponse: $v_0 = \sqrt{\dfrac{2\rho_l g h}{\rho}}$

V. **Tube de Venturi utilisé en débitmètre**

Soit un liquide parfait de masse volumique ρ_l en écoulement dans une conduite de section variable (S en amont et s en aval) percée de deux cheminées latérales. On cherche à exprimer le débit volumique D_v en fonction de g, h, S et s.



1. Expliquer la différence de niveaux d'eau dans les deux cheminées.

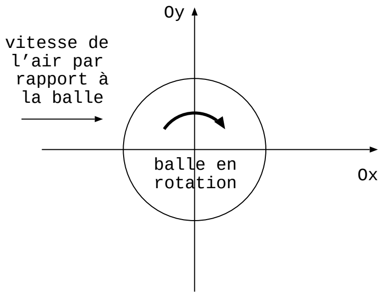
2. Appliquer la conservation du débit volumique.

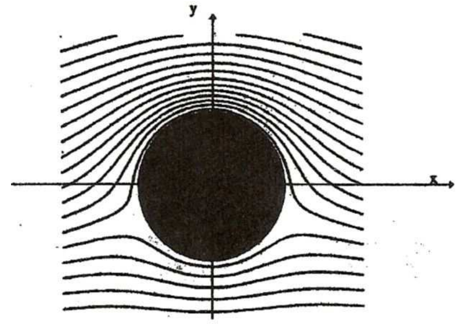
On suppose que la pression est continue à la base des cheminées entre le liquide en écoulement et le liquide au repos dans les cheminées. Utiliser les lois de l'hydrostatique pour exprimer P_A et P_B.

3. Tracer la ligne de courant passant par A et appliquer la relation de Bernoulli entre deux points bien choisis. En déduire l'expression de v_1 puis l'expression de D_v.

Réponse : $v_1 = \sqrt{\dfrac{2gh}{\frac{S^2}{s^2} - 1}}$

VI. **Effet Magnus**



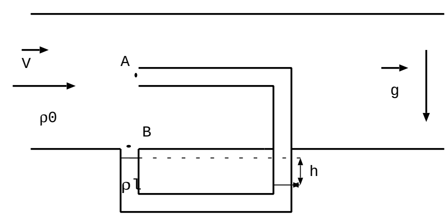


On étudie l'écoulement de l'air autour d'une balle assimilée à une sphère. La vitesse de l'air par rapport à la balle est selon $+Ox$. La balle a été mise en rotation selon $-Oz$ (voir son sens de rotation sur le schéma).

En utilisant le schéma avec les lignes de courant de l'air autour de la balle en rotation, et en précisant les hypothèses faites, donner l'allure du vecteur vitesse de la balle par rapport à l'air en présence de la rotation qu'on lui a imposé.

VII. **Tube de Pitot à prise frontale**

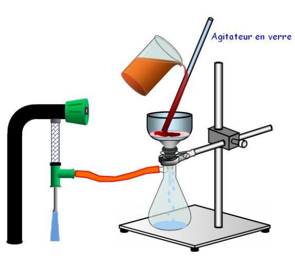
Une sonde cylindrique horizontale est parcourue par de l'air de masse volumique ρ_0 et de vitesse $\vec{v}$, la pression du fluide étant P. Une dérivation avec une prise frontale et une prise latérale contient un liquide de masse volumique ρ_l. Exprimer, en utilisant les lignes de courant passant par A et B, la vitesse v en fonction de ρ_l, g, h et ρ_0. On néglige les effets du poids dans l'air.

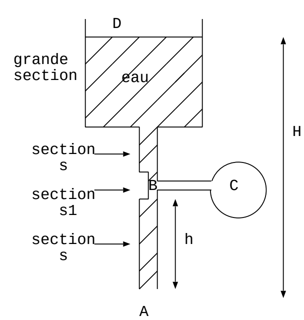


Réponse: $V = \sqrt{\dfrac{2\rho_l g h}{\rho_0}}$

VIII. **Trompe à eau**

Une trompe à eau est un dispositif servant à faire le vide. En chimie par exemple, elle est utilisée dans les montages de filtration. Elle est en général constituée d'un réservoir ouvert de très grande section dont le niveau en D est maintenu constant. L'eau s'écoule par un tube de section constante s sauf en un point B où il présente un rétrécissement et où la section est $s_1 = s/4$. En B, le tube est mis en communication avec un récipient C initialement rempli d'air à la pression atmosphérique. En fonctionnement l'eau ne pénètre pas dans C. On étudie maintenant ce dispositif lorsque le régime permanent est établi. On note P_0 la pression atmosphérique et on prendra $P_0 = 10^5\ Pa$.





On donne $H = 50\ cm$, $h = 10\ cm$, $s = 1\ cm^2$ et $g = 10\ m/s^2$. Déduire de la conservation du débit volumique et de la relation de Bernoulli, les vitesses v_A et v_B de l'eau aux points A et B, et la pression de l'air dans C.

Réponses: $V_A = 3,6\ m.s^{-1}$, $V_B = 13\ m.s^{-1}$, $P_B = P_C = 2,4.10^4\ Pa$