Essentiel des chapitres OM1 et OM2

I. Définitions

Onde : Une onde est une perturbation (ou déformation) d'un milieu. La perturbation se propage sans transport de matière mais avec un transport d'énergie. On note ici $s(x,t)$ la variable qui caractérise la perturbation en x à l'instant t.

On classe les ondes en deux catégories :

- *Les ondes transversales* : la perturbation a une direction perpendiculaire à la direction de propagation. Exp : ondes sur une corde, la hola, les ricochets sur l'eau...

- *Les ondes longitudinales* : la perturbation a la même direction que la direction de propagation. Exp: les ondes sonores.

Onde plane : une onde plane est telle que la perturbation a la même valeur en tout point dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation.

Onde sphérique: une onde sphérique est telle que la perturbation a la même amplitude en tout point d'une sphère centrée sur la source.

Onde progressive : Une onde est progressive lorsque la perturbation se propage identique à elle-même dans le milieu à la vitesse c. La perturbation se propage de la distance $\Delta x = c\Delta t$ pendant l'intervalle de temps Δt.

Equation de propagation (ou équation d'onde): c'est l'équation aux dérivées partielles vérifiée par la perturbation $s(x,t)$.

Pour les ondes mécaniques on l'obtient en appliquant la RFD à l'élément infinitésimal compris entre x et $x+dx$.

Pour les ondes de courant et de tension, on l'obtient en appliquant la loi des noeuds et la loi des mailles à l'élément de circuit compris entre x et $x+dx$.

Pour les ondes électromagnétiques on l'obtient en appliquant les équations de Maxwell.

Equation de d'Alembert: c'est l'équation de propagation des systèmes dans lesquels on néglige tout phénomène dissipatif.

La fonction $s(x,t)$ qui caractérise la perturbation vérifie l'équation : $\dfrac{\partial^2 s(x,t)}{\partial x^2} - \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2 s(x,t)}{\partial t^2} = 0$ où c représente la vitesse de propagation de l'onde.

Pour une onde sur une corde de masse linéique μ tendue par la force T_0 : $c = \sqrt{\dfrac{T_0}{\mu}}$.

Pour une onde sonore dans un solide de masse volumique ρ et de module d'Young E (E est en Pa, plus le solide est rigide, plus son module d'Young est grand) : $c = \sqrt{\dfrac{E}{\rho}}$. Ordre de grandeur: $E \approx 10\ GPa$ pour les solides.

On retient que l'onde va d'autant plus vite que le milieu est rigide et qu'il est peu dense.

Remarque: pour établir l'équation de propagation dans un solide, on fait appel à *la loi de Hooke* : soit un solide de longueur L, de section S et de module d'Young E, il faut retenir que pour allonger ce solide d'une longueur ΔL, il faut appliquer une force : $F = ES\dfrac{\Delta L}{L}$.

II. **Solutions de l'équation de d'Alembert**

1. *Les solutions en OPP:*

La solution en OPP^+ s'écrit: $s(x,t) = f(t - \frac{x}{c})$ ou $s(x,t) = F(x - ct)$

La solution en OPP^- s'écrit: $s(x,t) = g(t + \frac{x}{c})$ ou $s(x,t) = G(x + ct)$

La solution générale s'écrit: $s(x,t) = f(t - \frac{x}{c}) + g(t + \frac{x}{c})$ ou $s(x,t) = F(x - ct) + G(x + ct)$.

A retenir: les OPP sont caractérisées par le fait que dans $s(x,t)$, les variables t et x sont dans le même terme. Lorsque les signes devant x et t sont identiques, l'onde se propage selon $-Ox$ et lorsque les signes devant x et t sont opposés, l'onde se propage selon $+Ox$.

2. *Les solutions en OPPH:*

Les OPPH sont un cas particulier des OPP: ce sont des ondes qui possèdent une double périodicité:

- période temporelle T de pulsation $\omega = \frac{2\pi}{T}$
- période spatiale (longueur d'onde) λ de pulsation spatiale (vecteur d'onde) $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

La solution en $OPPH^+$ s'écrit: $s(x,t) = s_0 \cos(\omega t - kx + \phi)$ avec $k = \frac{\omega}{c}$.

La solution en $OPPH^-$ s'écrit: $s(x,t) = s_0 \cos(\omega t + kx + \phi)$ avec $k = \frac{\omega}{c}$.

Remarque: les variables x et t sont dans le même terme appelé terme de phase soit ici $\omega t \pm kx$.

Quand les signes devant t et x sont identiques, l'onde se propage selon $+Ox$ et quand les signes devant t et x sont différents, l'onde se propage selon $-Ox$.

Remarque: Pour ces ondes on définit la relation de dispersion: la relation de dispersion est la relation entre k et ω. On l'obtient en remplaçant la solution $s(x,t)$ sous la forme d'une OPPH dans l'équation de propagation vérifiée par s.

3. *Solutions en OS:*

Pour une OS, il n'y a pas de propagation, les variables t et x ne sont pas dans le même terme.

La solution en OS s'écrit: $s(x,t) = s_0 \cos(\omega t + \phi) \cos(kx + \psi)$ avec $k = \frac{\omega}{c}$.

Une OS est caractérisée par des points particuliers:

- Les noeuds qui sont les points de valeur de signal nulle à chaque instant: on trouve leur position en résolvant $s(x,t) = 0$ soit ici $\cos(kx + \psi) = 0$.
- Les ventres qui sont les points de valeur de signal maximale à tout instant: on trouve la position des ventres en résolvant $\cos(kx + \psi) = \pm 1$.

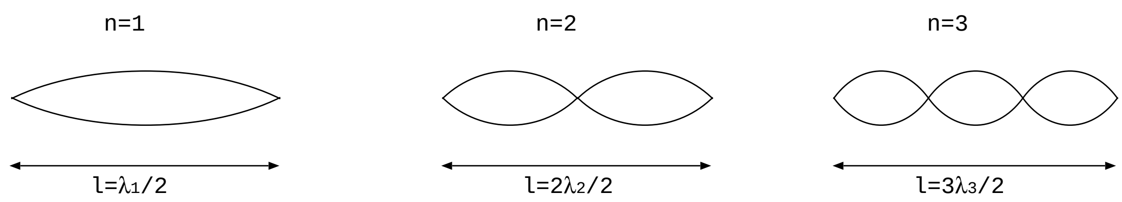
La distance entre deux noeuds consécutifs (ou entre deux ventres consécutifs) est $\lambda/2$ et la distance entre un noeud et un ventre consécutifs est $\lambda/4$.

Remarque: les solutions en OS et en OPPH sont équivalentes, on choisit donc une solution en OS lorsque l'onde se propage dans un milieu de taille finie et une OPPH lorsque l'onde se propage dans un milieu de taille infinie.

III. **Mode propre d'une corde fixée à ses extrémités**

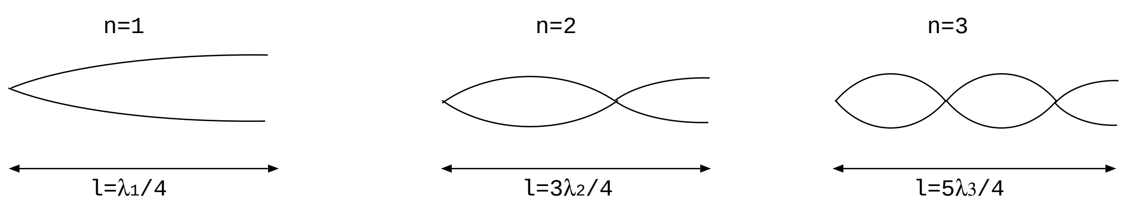
Lorsque l'onde se propage dans un milieu de taille finie, elle subit de multiples réflexions aux extrémités du milieu de propagation. On observe donc la superposition d'une infinité d'ondes dont l'onde résultante donne une OS pour certaines fréquences appelées fréquences propres de l'onde (fréquences de résonance).

Il est important de savoir trouver les modes propres à partir de simples schémas:



Par récurrence on a $l = n\dfrac{\lambda_n}{2}$ et donc $f_n = \dfrac{c}{\lambda_n} = n\dfrac{c}{2l}$

Remarque : dans le cas où l'onde présente un noeud à une extrémité et un ventre à son autre extrémités, on trouve les modes propres avec les schémas suivants:



Par récurrence on a $l = (2n-1)\dfrac{\lambda_n}{4}$ et donc $f_n = \dfrac{c}{\lambda_n} = (2n-1)\dfrac{c}{4l}$