Essentiel du chapitre OM3

Les hypothèses

• *Approximation acoustique* : La surpression $p(x,t) = P(x,t) - P_0$, le déplacement et la vitesse des tranches de fluide : $\xi(x,t)$ et $v(x,t)$, et la variation de masse volumique $\mu(x,t) = \rho(x,t) - \rho_0$ sont des infiniment petits d'ordre 1. On fait un DL où l'on ne garde que les termes d'ordre 1 pour obtenir des *équations linéaires*.

Ordres de grandeur pour justifier l'approximation acoustique : à l'équilibre :$P_0 = 10^5\ Pa$, $\rho_0 = 1\ kg/m^3$ pour une intensité sonore $I = 10^{-6}\ W.m^{-2}$ (lors d'une conversation normale).

Surpression p	Déplacement ξ	Vitesse v
$10^{-2}\ Pa$	$0,1\ \mu m$ à $0,1\ nm$	$10\ \mu m/s$

• *Thermodynamiques* : les compressions et détentes sont adiabatiques réversibles, on utilise le coefficient de compressibilité isentropique:

- $\chi_S = -\dfrac{1}{V}\dfrac{\partial V}{\partial P} = -\dfrac{1}{V_0}\dfrac{V-V_0}{P-P_0} = -\dfrac{\delta}{p}$ où $\delta = \dfrac{V-V_0}{V_0}$ est la variation relative de volume aussi appelée coefficient de dilatation.
- ou $\chi_S = +\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial \rho}{\partial P} = \dfrac{1}{\rho_0}\dfrac{\rho-\rho_0}{P-P_0} = \dfrac{\mu}{\rho_0 p}$

A retenir : pour un GP : $\chi_S = \dfrac{1}{\gamma P}$ (à savoir démontrer: on utilise les lois de Laplace pour un GP en transformation adiabatique réversible $PV^\gamma = P_0 V_0^\gamma$ ou $P\rho^{-\gamma} = P_0\rho_0^{-\gamma}$, on prend le ln et on différencie soit $\dfrac{dP}{P} + \gamma\dfrac{dV}{V} = 0$ ou $\dfrac{dP}{P} - \gamma\dfrac{d\rho}{\rho} = 0$).

Vitesse de propagation de l'onde sonore dans les fluides :

On retient $c = \sqrt{\dfrac{1}{\rho_0\chi_S}}$ qui conduit à $c = \sqrt{\dfrac{\gamma RT}{M}}$ pour un GP (Pour la démonstration on utilise la loi des GP qui donne $\rho = \dfrac{PM}{RT}$ et $\chi_S = \dfrac{1}{\gamma P}$)

Pour les ondes sonores dans un liquide : $\rho_0 \approx 10^3\ kg.m^{-3}$ et $\chi_S \approx 10^{-10}\ Pa^{-1}$ (χ_S très petit car le liquide est très peu compressible) soit $c \approx 1000\ m/s$.

Pour les ondes sonores dans un gaz : $\rho_0 \approx 1\ kg.m^{-3}$ et $\chi_S \approx 10^{-5}\ Pa^{-1}$ soit $c = 340\ m/s$ pour l'air à 20^0C et 1 *bar*.

Attention: pour les ondes sonores dans un solide on a $c = \sqrt{\dfrac{E}{\rho}}$.

Relation entre $p(x,t)$ et $v(x,t)$:

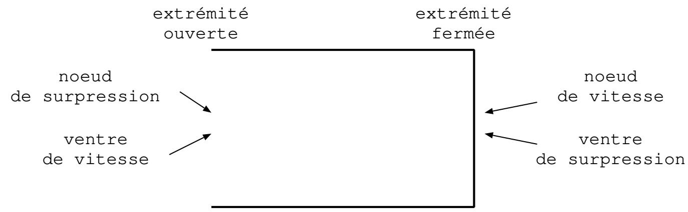
On définit l'impédance acoustique par $Z = \dfrac{p}{v}$ par analogie électrique.

Dans la loi d'Ohm $u = Ri$, u est la différence de potentiel qui met en mouvement les charges

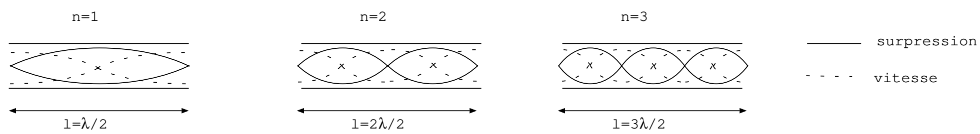
Pour l'acoustique $p = Zv$ où p est la différénce de pression qui met en mouvement le fluide.

OPP ou OPPH	$Z = \dfrac{p(x,t)}{v(x,t)} = +\rho_0 c$ pour une onde selon $+Ox$ $Z = \dfrac{p(x,t)}{v(x,t)} = -\rho_0 c$ pour une onde selon $-Ox$
OS	on utilise l'équation mécanique : $\rho_0\dfrac{\partial V}{\partial t} = -\dfrac{\partial p}{\partial x}$ ou l'équation thermodynamique $p = -\dfrac{1}{\chi_S}\dfrac{\partial u}{\partial x}$ qui donne $\dfrac{\partial p}{\partial t} = -\dfrac{1}{\chi_S}\dfrac{\partial v}{\partial x}$

Conditions aux limites pour une OS:

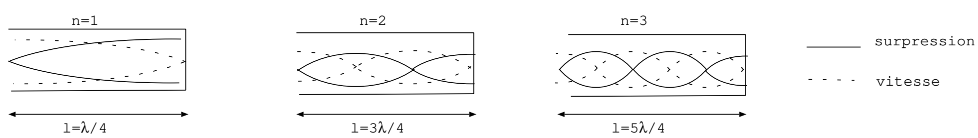


Fréquences de résonance d'un tuyau ouvert:



Par récurrence $L = n\dfrac{\lambda_n}{2}$ ou encore $\lambda_n = \dfrac{2L}{n}$. On en déduit les fréquences pour lesquelles il se forme une OS dans le tuyau : $f_n = \dfrac{c}{\lambda_n} = \dfrac{nc}{2L}$.

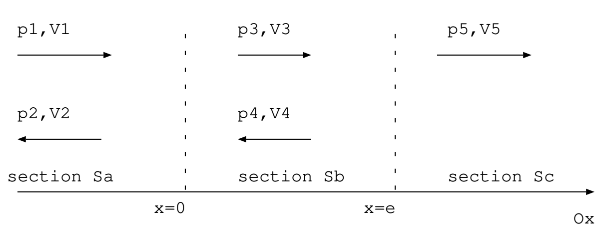
Fréquences de résonance d'un tuyau ouvert d'un côté et fermé de l'autre:



Par récurrence $L = (2n+1)\dfrac{\lambda_n}{4}$ (pour n supérieur ou égal à 0 où $n = 0$ correspond au fondamental) ou encore $\lambda_n = \dfrac{4L}{2n+1}$. On en déduit les fréquences pour lesquelles il se forme une OS dans le tuyau : $f_n = \dfrac{c}{\lambda_n} = \dfrac{(2n+1)c}{4L}$.

Rq : on peut aussi écrire $f_n = \dfrac{c}{\lambda_n} = \dfrac{(2n-1)c}{4L}$ pour n supérieur ou égal à 1 (où $n = 1$ correspond au fondamental).

Equations de continuité : au niveau d'une surface libre (sans paroi), on écrit la continuité de la surpression et la continuité du débit volumique (le débit volumique s'écrit: $S.v$ où S est la section et v la vitesse des particules). Exemple:



Continuité de la surpression

En $x = 0$: $p_1(0,t) + p_2(0,t) = p_3(0,t) + p_4(0,t)$

En $x = e$: $p_3(e,t) + p_4(e,t) = p_5(e,t)$

Continuité du débit volumique

En $x = 0$: $S_a(V_1(0,t) + V_2(0,t)) = S_b(V_3(0,t) + V_4(0,t))$

En $x = e$: $S_b(V_3(e,t) + V_4(e,t)) = S_c V_5(e,t)$

Intensité acoustique: $I =< p(x,t).v(x,t) >$ en $W.m^{-2}$ de signe positif pour une onde qui se propage selon $+Ox$ et de signe négatif pour une onde qui se propage selon $-Ox$.

Ordres de grandeurs :

seuil d'audition	voix normale à 1 m	seuil de douleur
10^{-12} $W.m^{-2}$	10^{-6} $W.m^{-2}$	1 $W.m^{-2}$

Cas d'une OPPH: retenir que $<\cos^2(\omega t \pm kx)> = <\sin^2(\omega t \pm kx)> = \frac{1}{2}$ et $<\cos(\omega t \pm kx)\sin(\omega t \pm kx)> = 0$

$|I| = <|p.v|> = <\frac{p(x,t)^2}{\rho_0 c}> = <\frac{p_0^2\cos^2(\omega t \pm kx)}{\rho_0 c}> = \frac{p_0^2}{2\rho_0 c}$

ou $|I| = <|p.v|> = <\rho_0 c v(x,t)^2> = <\rho_0 c v_0^2 \cos^2(\omega t \pm kx)> = \frac{\rho_0 c v_0^2}{2}$

Cas d'une OS : $I = 0$: une onde stationnaire ne transporte pas d'énergie en moyenne dans le temps.

Ce qu'il faut savoir et savoir faire :

1. Qu'est ce que l'approximation acoustique?

2. Démontrer que $\chi_S = \frac{1}{\gamma P}$ pour un GP.

3. Donner en fonction de ρ_0 et χ_S la vitesse des ondes sonores dans un fluide. En déduire la vitesse des ondes sonores dans un GP. De quel paramètre dépend elle?

4. Démontrer l'équation mécanique $\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x}$.

5. Démontrer l'équation thermodynamique $\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{\chi_S}\frac{\partial v}{\partial x}$.

6. Pour les questions suivantes, on rappelle l'équation mécanique $\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x}$ et l'équation thermodynamique $\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{\chi_S}\frac{\partial v}{\partial x}$.

- Déduire des deux équations les équations de propagation vérifiées par $p(x,t)$ et $v(x,t)$.

- Ecrire $p(x,t)$ sous la forme d'une OPP se propageant selon $+Ox$ et déduire de l'une des équations précédentes l'expression de $v(x,t)$. En déduire l'expression de l'impédance acoustique.

- Ecrire $v(x,t)$ sous la forme d'une OPP se propageant selon $-Ox$ et déduire de l'une des équations précédentes l'expression de $p(x,t)$. En déduire l'expression de l'impédance acoustique.

- Ecrire $p(x,t)$ sous la forme d'une OS, déduire de l'une des équations précédentes l'expression de $v(x,t)$. Pourquoi ne peut-on pas définir une impédance acoustique pour une OS?

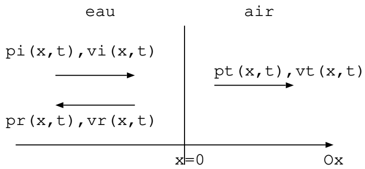
7. Pour une OPPH se propageant selon $-Ox$ à la vitesse c dans un fluide de masse volumique ρ_0 . Donner l'expression de l'impédance acoustique, la surpression $p(x,t)$ et la vitesse des tranches de fluide $v(x,t)$. En déduire l'intensité acoustique I.

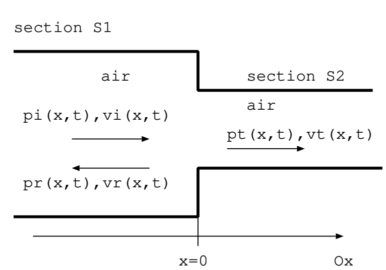
8. Une OPPH a pour intensité sonore $I = 10^{-4}\ W.m^{-2}$. Calculer l'amplitude de la surpression, l'amplitude de la vitesse des tranches de fluide et l'amplitude du déplacement des tranches de fluide à la fréquence $f = 1\ kHz$. L'approximation acoustique est-elle valable?

9. Prévoir les fréquences propres d'un tuyau ouvert à ses deux extrémités.

10. Prévoir les fréquences propres d'un tuyau ouvert à une extrémité et fermé à l'autre extrémité.

11.





Ecrire les deux équations de continuité en $x = 0$ dans chacune des situations.