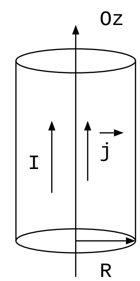
TD conduction électrique

I. Densité volumique d'électrons

L'aluminium libère trois électrons de conduction par atome. Calculer la densité volumique d'électrons de conduction dans l'aluminium. Données concernant l'aluminium: masse volumique $\mu = 2,69.10^3\ kg.m^{-3}$, masse molaire $27,0\ g.mol^{-1}$, nombre d'Avogadro $\mathcal{N}_a = 6,02.10^{23}\ mol^1$. Calculer la vitesse d'un électron de conduction dans un câble de rayon $R = 1,0\ mm$ parcouru par un courant d'intensité $I = 600\ mA$.

Réponses: $n^* = 1,8.10^{29}$ *electrons.m*$^{-3}$ *et* $v = 6,6\ \mu m.s^{-1}$

II. Intensité dans un câble



Un câble cylindrique de rayon R est parcouru par la densité de courant $\vec{j} = j_0(1 - \frac{r}{R})\vec{e_z}$. Exprimer l'intensité I dans la câble.

Réponse: $I = \frac{\pi j_0 R^2}{3}$

III. La foudre

On modélise un éclair par un fil de diamètre $d = 3\ cm$ et de longueur $l = 500\ m$ parcouru par un courant d'intensité $I = 50kA$ allant des nuages jusqu'au sol pendant un durée $\Delta t = 25\ ms$. En dessous des nuages orageux, il se forme un champ électrique d'environ 20 000 V/m. L'intensité moyenne d'un éclair est de 100 A. Données: $e = 1,6.10^{-19}\ C$

1. Lorsque la foudre tombe, quel est le nombre d'électrons allant du nuage vers le sol ?

2. Quelle conductivité électrique pourrait-on attribuer à l'air dans ces conditions ?

3. Calculer la résistance du fil équivalent à l'éclair et un ordre de grandeur de l'énergie dissipée lors d'un éclair.

Réponses: 1- $Q = 1250\ C$ *2-* $\gamma = 3,5.10^3 \S.m^{-1}$ *3-* $R = 200\ \Omega$ *et* $E = 1,25.10^{10}\ J$

IV. Modèle de Drude

Le plomb est un métal dans lequel chaque atome libère deux électrons libres pour assurer la conduction du courant électrique. On donne la masse volumique du plomb: $\rho = 11,3.10^3\ kg.m^{-3}$, la masse molaire du plomb: $M = 207\ g.mol^{-1}$, la charge d'un électron: $e = 1,6.10^{-19}\ C$ et le nombre d'Avogadro: $\mathcal{N}_a = 6,02.10^{23}\ mol^{-1}$.

1. Calculer n^* le nombre d'électrons de conduction par unité de volume.

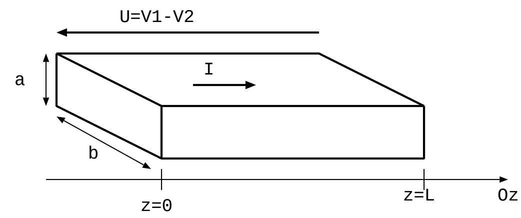
2. Calculer la vitesse moyenne de ces électrons dans un fil électrique de rayon $R = 1\ mm$ et parcouru par un courant d'intensité $I = 2\ A$.

3. On adopte le modèle de Drude dans lequel les électrons subissent la force $\vec{f} = -\frac{m}{\tau}\vec{v}$ liée aux interactions des électrons avec les autres électrons et les cations du réseau. Calculer la conductivité du métal. On néglige le poids des électrons. Données: $m = 9.10^{-31}\ kg$ et $\tau = 10^{-18}\ s$.

Réponses: 1- $n^* = 6,6.10^{28}\ S.m^{-1}$ *2-* $v = 60\ \mu m.s^{-1}$ *3-* $\gamma = \frac{n^* e^2 \tau}{m}$

V. **Résistance d'un conducteur**

On considère un conducteur parallélépipédique de conductivité σ parcouru par un courant d'intensité I et soumis à la différence de potentiel $U = V_1 - V_2 = V(z = 0) - V(z = L)$. Déterminer l'expression de la résistance de ce conducteur en fonction des longueurs indiquées sur le schéma et de σ.

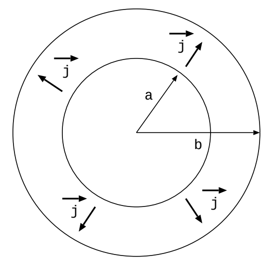


Exprimer la puissance cédée aux charges par le champ électrique. Commenter.

Réponse: $R = \dfrac{L}{\sigma ab}$

VI. **Effet Joule dans un conducteur sphérique**

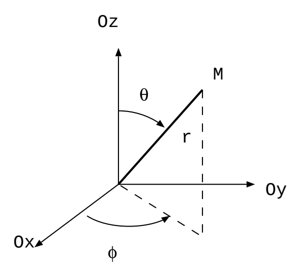
Un courant circule de façon radiale dans une coque sphérique métallique située entre les sphères de rayon $r = a$ et $r = b > a$. On note I l'intensité totale qui traverse la sphère de rayon r. On note γ la conductivité du métal.



1. Exprimer $\vec{j}(r)$ et $\vec{E}(r)$ en fonction des données.

2. Exprimer la puissance donnée par le champ électrique aux charges présentes dans la coque sphérique métallique comprise entre les rayons a et b. En déduire la résistance R de ce dispositif.

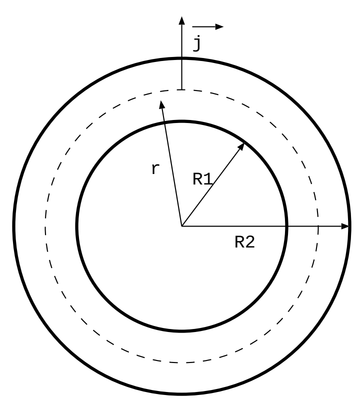
Rappel: l'élément de volume en coordonnées sphériques s'écrit $d\tau = r^2 dr \sin\theta d\theta d\phi$.



Réponses: 1- $j(r) = \dfrac{I}{4\pi r^2}$ *2-* $R = \dfrac{b-a}{4\pi\gamma ab}$

VII. **Résistance d'un conducteur cylindrique**

Un électrolyseur est constitué de deux cylindres de même axe Oz et de rayons R_1 et $R_2 > R_1$ de hauteur h plongeant dans une solution électrolytique de conductivité γ constante. Une tension $U = V(R_1) - V(R_2) > 0$ est imposée entre les électrodes. La densité de courant dans la solution électrolytique s'écrit $\vec{j} = j(r)\vec{e_r}$.



1. En procédant à un bilan de charge sur une couche cylindrique comprise entre les rayons r et $r + dr$ (avec $R_1 < r < r + dr < R_2$) montrer que l'intensité I qui traverse le cylindre de rayon r ne dépend pas de r.

2. Exprimer $j(r)$ puis $\vec{E}$ dans la solution électrolytique.

3. En déduire l'expression de U en fonction de I, h, γ, R_1 et R_2. En déduire la résistance de l'électrolyseur.

Donnée: $\overrightarrow{\text{grad}}V(r) = \dfrac{dV}{dr}\vec{e_r}$.

Réponse: $R = \dfrac{1}{2\pi\gamma h}\ln(\dfrac{R_2}{R_1})$

VIII. **Tension de pas**

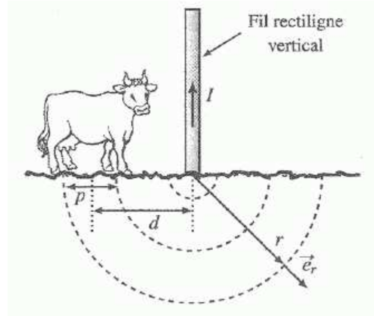


FIGURE 12 – L'électrocution par le sol

Par temps orageux, il peut être dangereux de chercher à s'abriter sous un arbre. On modélise l'éclair traversant l'arbre par un fil rectiligne vertical semi-infini, parcouru par un courant électrique ascendant d'intensité $I = 15\ kA$. Cette demi-droite prend fin au niveau du sol, où l'on suppose que la densité de courant est radiale, de la forme $\vec{j} = j(r)\vec{e_r}$ en coordonnées sphériques. L'étude est menée en régime stationnaire et l'on note $\gamma = 1\ SI$ la conductivité électrique du sol

1. Exprimer $j(r)$ en fonction de I et r.

2. Rappeler l'expression de la loi d'Ohm locale. En déduire le champ électrique $\vec{E} = E(r)\vec{e_r}$ dans le sol.

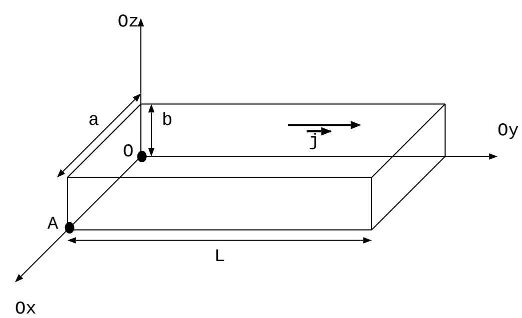
3. Une vache se trouve à la distance moyenne d de l'arbre et la distance entre ses deux pattes avant et arrière est p (voir figure). Exprimer, en fonction de p et d, la différence de potentiels entre les pattes avant et arrière de la vache. On suppose $d >> p/2$. Donnée: $\overrightarrow{\text{grad}}V(r) = \dfrac{dV}{dr}\vec{e_r}$.

4. Soit $R = 2,5\ k\Omega$ la résistance entre les pattes avant et arrière de la vache, distantes de $p = 1,5\ m$. A quelle distance minimale d_m du point d'impact doit-elle se trouver pour que son corps soit traversé par un courant d'intensité inférieure à $i_{max} = 25\ mA$? Expliquer pourquoi cette tension de pas est plus dangereuse pour une vache que pour l'homme.

Réponses : $\vec{E} = \dfrac{-I}{2\pi r^2\gamma}\vec{e_r}$, $d > \sqrt{\dfrac{Ip}{2\pi R\gamma i_{max}}}$

IX. **Effet Hall**

Une plaquette composée d'un semi-conducteur de type p est traversée par un courant d'intensité I constante, associée à un vecteur densité de courant uniforme: $\vec{j} = j\vec{e_y}$ avec $j > 0$. Le courant est créé par un champ électrique extérieur appliqué au système $\vec{E_0} = E_0\vec{E_y}$. Le courant est assuré par le mouvement de charge positive $+e$ et de densité volumique n^*. On place la plaquette de sorte à avoir $\vec{B} = B\vec{e_z}$.



1. Faire un schéma avec Ox et Oy contenu dans le plan de la feuille, représenter l'allure de la trajectoire d'une charge et préciser les surfaces où l'on observe une accumulation de charges.

2. L'accumulation de charges est responsable de l'apparition d'un champ électrique $\vec{E_H}$ appelé champ de Hall. On retrouve rapidement un régime permanent d'écoulement de charges mobiles, d'intensité I de vecteur densité de courant $\vec{j} = j\vec{e_y}$. Quelle est l'expression de $\vec{E_H}$ en fonction de n^*, e, $\vec{j}$ et $\vec{B}$? Représenter les lignes de courant (lignes tangente au vecteur $\vec{j}$ en tout point) et les lignes de champ électrique (lignes tangentes au vecteur $\vec{E}$ en tout point) en présence du champ magnétique. Que deviennent ces lignes en absence de champ magnétique?

3. En déduire la tension de Hall $U_H = V_A - V_O$ en fonction de e, b, n^*, I et B.

Réponse: $U_H = \dfrac{BI}{n^*eb}$