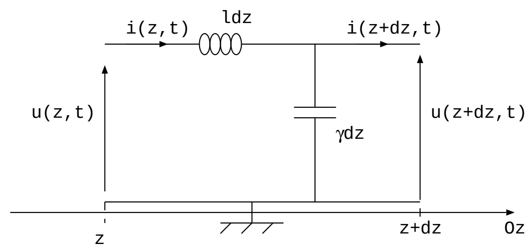
DM7 physique

I. **Etude théorique d'un câble coaxial**

Le câble coaxial désigne une ligne de transmission utilisée en basses ou hautes fréquences, composée de deux conducteurs: le conducteur central en cuivre appelé âme et le conducteur externe appelé gaine. Les deux conducteurs sont séparés d'un isolant. Quand on alimente le câble coaxial, un GBF relié à l'entrée du câble, délivre une tension entre l'âme (relié au signal) et le conducteur externe (relié à la masse).

1. On modélise une longueur dz d'un câble coaxial par le schéma ci-contre comportant une bobine d'inductance $l.dz$ et un condensateur de capacité $\gamma.dz$ où l et γ sont respectivement les inductance et capacité linéiques du câble.



1.a. Déduire de la loi des noeuds, la relation entre $\dfrac{\partial u}{\partial t}(z,t)$ et $\dfrac{\partial i}{\partial z}(z,t)$.

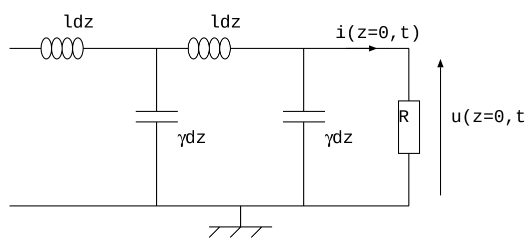
1.b. Déduire de la loi des mailles, la relation entre $\dfrac{\partial u}{\partial z}(z,t)$ et $\dfrac{\partial i}{\partial t}(z,t)$.

1.c. En déduire l'équation de propagation vérifiée par $u(z,t)$. On rappelle que $\dfrac{\partial}{\partial z}(\dfrac{\partial i}{\partial t}) = \dfrac{\partial}{\partial t}(\dfrac{\partial i}{\partial z})$.

1.d. Le câble est le siège d'une onde de tension caractérisée en notation complexe par $\underline{u}(z,t) = u_0 e^{j(\omega t - kz)}$. Préciser le type d'onde dont il s'agit, justifier ce choix et déterminer l'expression de $\underline{i}(z,t)$.

On définit l'impédance de la ligne par $\underline{Z} = \dfrac{\underline{u}(z,t)}{\underline{i}(z,t)}$. Montrer que $\underline{Z} = \sqrt{\dfrac{l}{\gamma}}$. Quelle est l'unité de cette grandeur? Que devient $\dfrac{\underline{u}(z,t)}{\underline{i}(z,t)}$ pour une onde qui se propage dans l'autre sens?

2. Le GBF émet une onde incidente qui se propage dans le câble (l'onde vient de $z \to -\infty$. Le câble est fermé par une résistance de charge notée R placée en $z = 0$. Cela génère une onde réfléchie. On note $\underline{u}(z,t) = u_0 e^{j(\omega t - kz)} + u_0 \underline{r} e^{j(\omega t + kz)}$ l'onde de tension dans le câble.



2.a. Déduire de la question précédente l'expression de l'onde d'intensité $\underline{i}(z,t)$.

2.b. Donner la relation entre $\underline{i}(z=0,t)$, R et $\underline{u}(z=0,t)$ et en déduire l'expression de $\underline{r}$ en fonction de Z et R.

2.c. On étudie le cas particulier où $R = Z$. Donner la valeur numérique de $\underline{r}$ et déterminer les expressions en notation réelle des ondes de tension et d'intensité résultantes. Commenter les résultats.

2.d. On étudie le cas particulier où le câble est ouvert en bout de ligne (en $z = 0$). Donner la valeur de $\underline{r}$ et déterminer les expressions en notation réelle des ondes de tension et d'intensité résultantes. Commenter les résultats.

Données: $\cos p + \cos q = 2\cos(\dfrac{p+q}{2})\cos(\dfrac{p-q}{2})$ et $\cos p - \cos q = -2\sin(\dfrac{p+q}{2})\sin(\dfrac{p-q}{2})$.