Chapitre EM 1: Particules chargées dans $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{B}$

I. Force de Lorentz

1. Expression de la force de Lorentz

Soit une particule de charge q animée d'une vitesse $\overrightarrow{v}$ dans le référentiel d'étude supposée galiléen. Cette particule placée dans un champ électrique $\overrightarrow{E}$ et un champ magnétique $\overrightarrow{B}$ subit la force de Lorentz:

partie électrique de la force de Lorentz

$$\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{E} + q\overrightarrow{v}\Lambda\overrightarrow{B}$$

partie magnétique de la force de Lorentz

Remarque: la force magnétique n'agit que sur des particules mobiles ($\vec{v} \neq \vec{0}$)

la force électrique agit sur des particules mobiles ou immobiles

Ordres de grandeur: pour un électron de charge $-e = -1,6.10^{-19}\ C$ et de masse $m = 9.10^{-31}\ kg$.

son poids: $\|\vec{P}\| = mg = 9.10^{-30}$ N

la force électrique pour $E = 10^4\ V/m$: $\|\vec{F}_e\| = eE = 10^{-15}$ N $\gg \|\vec{P}\|$

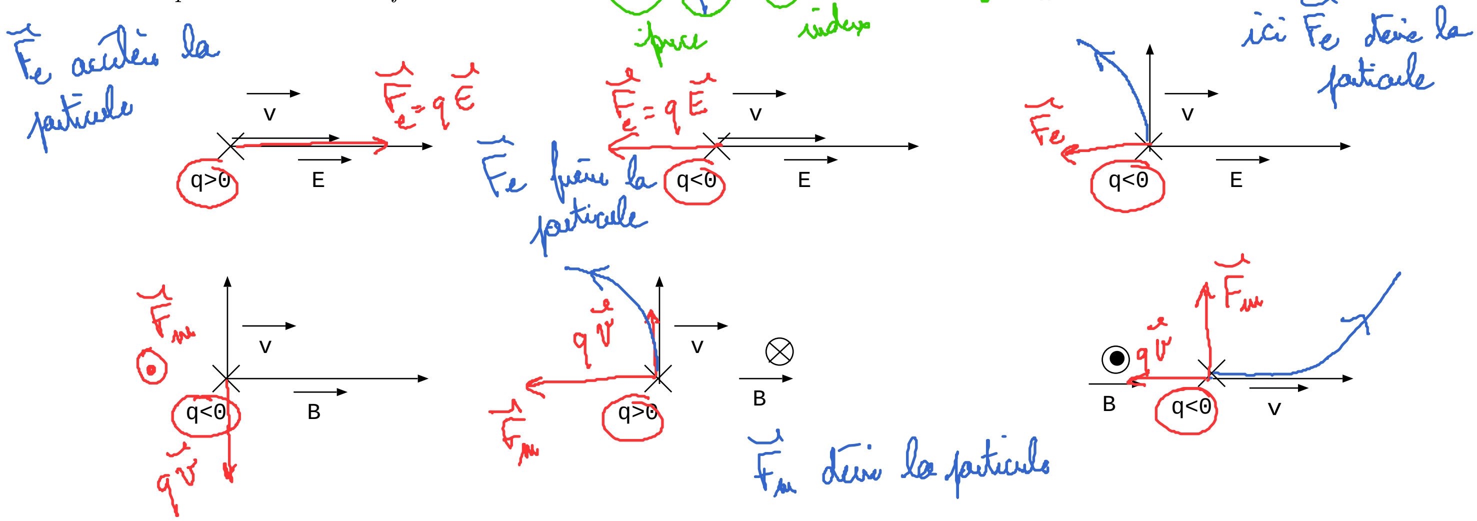
la force magnétique pour $B = 0,1\ T$ et $V = 10^5\ m/s$: $\|\vec{F}_m\| = evB = 10^{-19} \times 10^{-1} \times 10^{5} = 10^{-15}$ N $\gg \|\vec{P}\|$

Conclusion: Pour des particules élémentaires on néglige le poids devant la force de Lorentz

majeur

Représentation de la force de Lorentz: $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$ de la main droite B

pouce index



2. Aspect énergétique de la force de Lorentz

La force magnétique de Lorentz est ⊥ au mouvement donc elle ne travaille pas

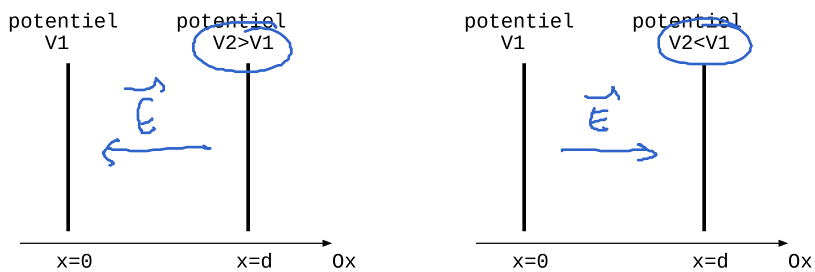
La force électrique de Lorentz est conservative : $\boxed{E_p = qV(M)}$, énergie potentielle d'une particule de charge q placée en M où le potentiel est V(M)

II. Action d'un champ électrique sur une particule chargée

1. Créer un champ électrique uniforme et permanent

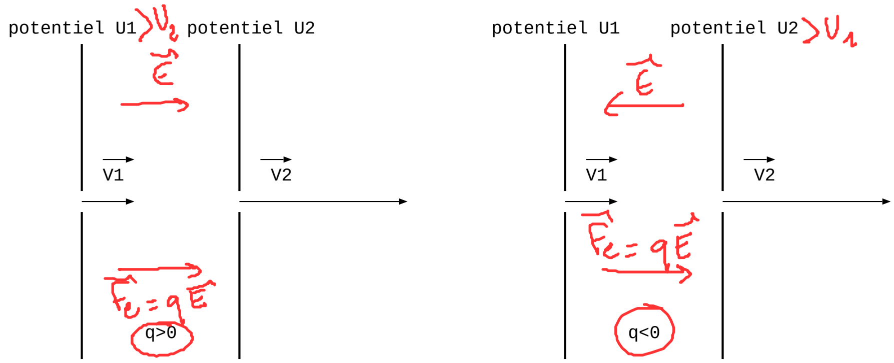
Le champ électrique créé entre le armatures d'un condensateur plan (en négligeant les effets de bord, soit en assimilant les armatures à deux plans infinis) est uniforme (le même en tout point) et permanent (indépendant du temps). Ce champ est:

- de direction $\perp$ aux armatures
- orienté des forts vers les faibles potentiels
- de norme $\|\vec{E}\| = \dfrac{U}{d}$ U : ddp entre les armatures d : distance entre les armatures



$$\vec{E} = \frac{V_1 - V_2}{d}\,\vec{e}_x$$

2. Rôle accélérateur du champ électrique



Application de la conservation de l'énergie mécanique: la charge q subit :

- son poids : négligeable
- la force électrique conservative

) le système est conservatif

$$E_m = \frac{m v_1^2}{2} + q U_1 = \frac{m v_2^2}{2} + q U_2 \quad \text{d'où} \quad v_2 = \sqrt{v_1^2 + \frac{2q(U_1 - U_2)}{m}}$$

Rq: $q > 0$ $U_1 > U_2$ pour avoir $v_2 > v_1$

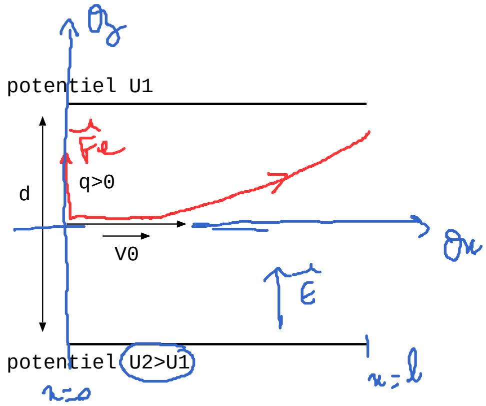
$q < 0$ $U_2 > U_1$ " "

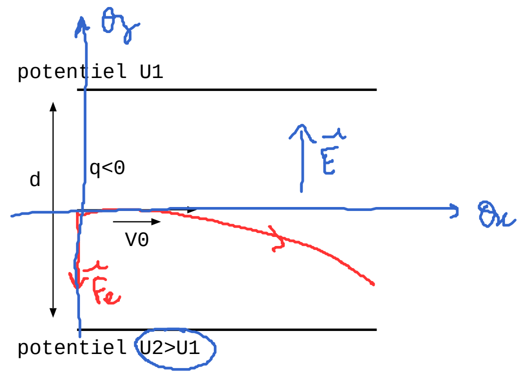
AN : calculer v_2 pour un électron avec $v_1 = 0\ m/s$ sous une ddp de 100 V: $v_2 = 5{,}96.10^6\ ms^{-1}$

Remarque : qu'est-ce qu'un électron non relativiste? $v \le \frac{c}{10}$ vitesse de la lumière dans le vide : $c = 3.10^8\ m.s^{-1}$

vitesse de l'électron

3. Rôle déviateur du champ électrique





Expression du champ électrique entre les armatures:

$$\vec{E} = \frac{U_2-U_1}{d}\vec{e}_z$$

Equation de la trajectoire: la particule chargée subit :

* son poids : négligeable
* la force électrique : $\vec{F}_e = q\vec{E} = q\frac{(U_2-U_1)}{d}\vec{e}_z$

RFD : $m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_e$

projection sur (Ox) : $m\ddot{x} = 0$ $\qquad \dot{x} = v_0$

sur (Oz) : $m\ddot{z} = \frac{q(U_2-U_1)}{m}$ $\qquad \dot{z} = \frac{q(U_2-U_1)}{m}t$

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ z = \frac{q(U_2-U_1)}{2m}t^2 \end{cases}$$ éq. paramétriques de la trajectoire

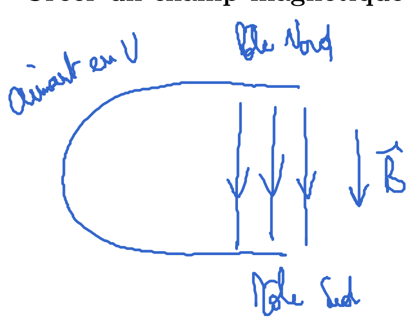
d'où $t = \frac{x}{v_0}$ et $\boxed{z = \frac{q(U_2-U_1)}{2mv_0^2}x^2}$ éq. de la trajectoire (parabole)

à la sortie des armatures : $x = l = v_0 t_f \Rightarrow t_f = \frac{l}{v_0}$

$$z(t_f) = \frac{q(U_2-U_1)l^2}{2mv_0^2} \quad \text{et} \quad \vec{v}(t_f) = v_0\vec{e}_x + \frac{q(U_2-U_1)l}{mv_0}\vec{e}_z$$

III. Action d'un champ magnétique sur une particule chargée

1. Créer un champ magnétique uniforme et permanent



entre les deux pôles le champ $\vec{B}$ est uniforme dirigé du pôle nord vers le pôle sud

2. Rôle accélérateur du champ magnétique

La force magnétique ne travaille pas car elle est ⊥ au mouvement donc le champ magnétique ne peut pas modifier la norme de la vitesse de la particule.

3. Rôle déviateur du champ magnétique

On peut prévoir le sens et la direction de la force magnétique avec sa main droite:

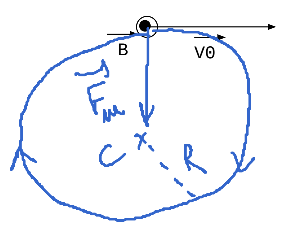
$\vec{F}_m = q\vec{v}\wedge\vec{B}$ $\quad q\vec{v}$: pouce $\quad \vec{B}$: index $\quad \vec{F}_m$: majeur de la main droite

Cas où le champ magnétique est perpendiculaire à la vitesse initiale $\vec{v}_0$:

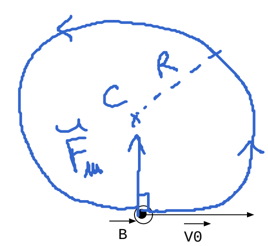
RFD appliquée à la particule de charge q: $m\dfrac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{v}\wedge\vec{B} + \cancel{m\vec{g}}$ négligé

Cas où $q > 0$:

$\vec{F}_m = q\vec{v}\wedge\vec{B}$

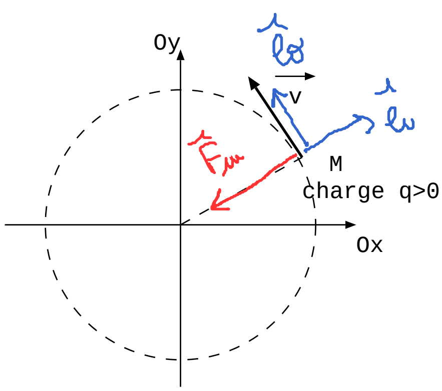


Cas où $q < 0$:



Expression du rayon du cercle: $\vec{F}_m$ est ⊥ au mvt dirigée vers le centre du cercle

$\vec{F}_m = q\vec{v}\wedge\vec{B}$ donc $\vec{B} = -B\vec{e}_z$ $(B>0)$



RFD : $m\dfrac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{v}\wedge\vec{B} = q\,v\,\vec{e}_\theta\wedge(-B\vec{e}_z)$
$= -qvB\,\vec{e}_r$

avec $\vec{a} = -\dfrac{v^2}{R}\vec{e}_r + \dfrac{dv}{dt}\vec{e}_\theta$

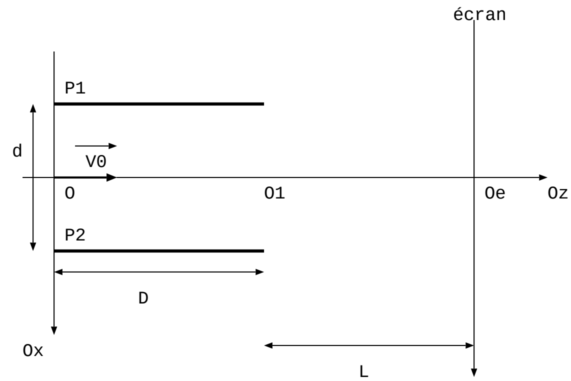
donc en projection sur $\vec{e}_\theta$: $\dfrac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v =$ cte mvt uniforme

sur $\vec{e}_r$: $-m\dfrac{v^2}{R} = -qvB \Rightarrow \boxed{R = \dfrac{mv}{qB}}$

Période : $T = \dfrac{2\pi R}{v} = 2\pi\dfrac{m}{qB}$ $\qquad \omega = \dfrac{qB}{m}$ $\qquad$ T et ω ne dépendent pas de la vitesse

IV. **Déflexion électrique dans un oscilloscope**

On établit entre les plaques P_1 et P_2 une zone de champ électrique. La distance entre les plaques est d, la longueur des plaques est D et la différence de potentiel est $U = V_{P2} - V_{P1} > 0$, on néglige les effets de bord. Des électrons de charge $-e$ et de masse m accélérés pénètrent en O dans la zone de champ électrique uniforme avec une vitesse $\overrightarrow{v_0} = v_0\overrightarrow{e_z}$.



1. Etablir l'équation de la trajectoire des électrons dans la zone où règne le champ électrique.

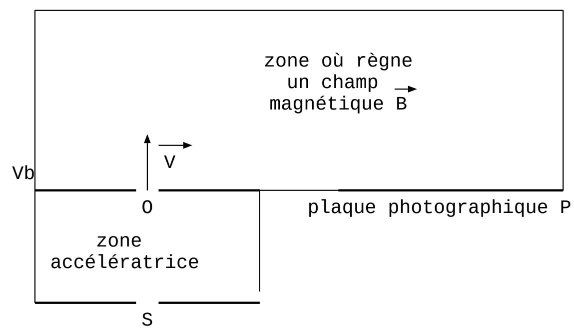
2. Déterminer l'expression de l'instant t_f où l'électron quitte la zone où règne le champ électrique, en déduire ses coordonnées et sa vitesse à cet instant.

3. Décrire la trajectoire de l'électron en dehors de la zone où règne le champ électrique et montrer qu'au point d'impact I sur l'écran on a $x_I = \dfrac{e(V_{P2} - V_{P1})}{mdv_0^2}(\dfrac{D^2}{2} + Dl)$.

Réponses: 1- $x = \dfrac{eUz^2}{2mdv_0^2}$ *2-* $\overrightarrow{v}(t_f) = \dfrac{eUd}{mdv_0}\overrightarrow{e_x} + v_0\overrightarrow{e_z}$

V. **Spectromètre de masse**

Un faisceau de particules chargées est constitué des ions de deux isotopes du mercure : $(Hg^{2+})_{80}^{200}$ et $(Hg^{2+})_{80}^{202}$ notés respectivement (1) et (2). Ce faisceau est émis par la source S avec une vitesse quasi nulle, puis accéléré par une tension $U > 0$.



Les ions arrivent alors en O avec une vitesse $\overrightarrow{v}$ et pénètrent avec dans une zone de champ magnétique $\overrightarrow{B}$ uniforme, orthogonal au faisceau incident. Les ions viennent ensuite frapper la plaque photographique P.

Données : masse d'un nucléon $m_n = 1,67.10^{-27}\ kg$ (la masse de l'électron sera négligée devant la masse d'un nucléon), $U = 10\ kV$, $B = 0,1\ T$ et $e = 1,6.10^{-19}\ C$.

1. Ajouter sur le schéma la trajectoire d'un cation, la tension U et le champ magnétique en justifiant leur sens.

2. Exprimer les vitesses v_1 et v_2 en O des isotopes (1) et (2) suite à l'accélération par la tension U.

3. Les isotopes ne frappent pas la plaque photographique P au même point. Exprimer puis calculer la distance d entre les deux traces observées des impacts des isotopes sur la plaque P.

Réponses: 2- $v = \sqrt{\dfrac{2qU}{m}}$ *3-* $d = \dfrac{2}{B}\sqrt{\dfrac{Um_n}{e}}(\sqrt{202} - \sqrt{200})$

VI. **Particule dans un champ magnétique**

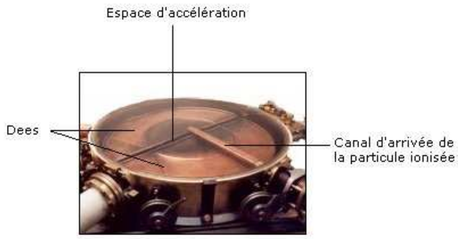
Soit une particule de masse m et de charge q qui à l'instant pris comme origine des temps se trouve en O avec une vitesse initiale $\overrightarrow{v_0} = v_0\overrightarrow{e_x}$. Cette particule est plongée dans un champ magnétique uniforme et permanent $\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{e_z}$. Au cours du temps on repère la particule par ses coordonnées cartésiennes.

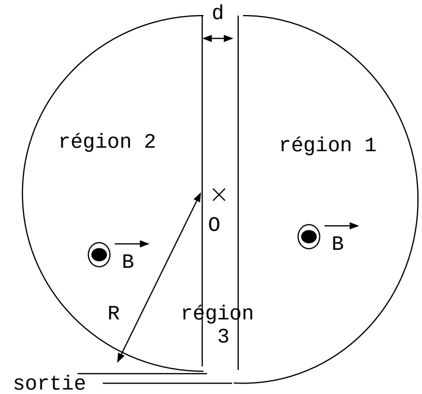
1. Ecrire la RFD appliquée à la particule et la projeter selon Ox, Oy et Oz. En déduire que le mouvement est plan.

2. On pose $\underline{v}(t) = \dot{x}(t) + i\dot{y}(t)$. Etablir l'équation différentielle vérifiée par $\underline{v}(t)$, la résoudre et en déduire $x(t)$ et $y(t)$ puis l'équation de la trajectoire.

Réponses: 1- $z(t) = 0$ *2-* $\dot{\underline{v}} + \dfrac{iqB}{m}\underline{v} = 0$, $x(t) = \dfrac{mv_0}{qB}\sin(\dfrac{qB}{m}t)$ *et* $y(t) = \dfrac{mv_0}{qB}(\cos(\dfrac{qB}{m}t) - 1)$

VII. **Cyclotron**





Un cyclotron est formé de deux enceintes demi-cylindriques, D_1 (région (1)) et D_2 (région (2)), appelées dees en anglais, dans lesquelles règne un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B}$. On note R_c le rayon de ces dees.

Entre ces deux dees, une bande étroite de largeur $d << R_c$ (région (3)) est plongée dans un champ électrique alternatif. Ce champ électrique est créé par une tension sinusoïdale de fréquence f_c d'amplitude U_0 et telle que le proton, lorsqu'il se trouve dans la région (3) trouve toujours une tension accélératrice de valeur égale à sa valeur maximale U_0.

1. Un proton est placé dans un champ magnétique. Le vecteur vitesse du proton est initialement perpendiculaire au champ magnétique, exprimer le rayon de la trajectoire et la période T_0 du mouvement.

On introduit au point O un proton de charge $e = 1,6.10^{-19}\ C$ et de masse $m_p = 1,67.10^{-27}\ kg$, sans vitesse initiale. Il est accéléré en direction de la région (1).

2. Tracer la trajectoire de la particule depuis O jusqu'à sa sortie du cyclotron.

3. Exprimer la durée pendant laquelle le proton reste dans la région (1), puis dans la région (2), à chacun de ces passages dans ces régions. En déduire la fréquence f_c de la tension alternative nécessaire pour accélérer la particule à chacun de ses passages entre les dees, en négligeant le temps de passage de la particule dans la région (3).

4. Le cyclotron a un diamètre maximal utile $R_c = 52\ cm$. Calculer, en Joule puis en MeV, l'énergie cinétique maximale des protons accélérés par ce cyclotron lorsque la fréquence de l'oscillateur électrique qui accélère les protons entre les dees est de 12 MHz. Quelle est alors la valeur du champ magnétique ?

5. L'amplitude de la tension alternative appliquée entre les deux dees est de 200 kV. Calculer la variation d'énergie cinétique du proton à chaque tour. Calculer le nombre de tours effectués par les protons pour atteindre leur énergie cinétique maximale.

Réponses: 1- $T_0 = \dfrac{2\pi m}{qB}$ *3-* $f_c = \dfrac{qB}{2\pi m_p}$ *4-* $E_{cf} = 2\pi^2 m_p f_c^2 R^2$