I. **Déflexion électrique dans un oscilloscope**

1. Le champ électrique entre les armatures est uniforme, il s'écrit $\overrightarrow{E} = -\frac{U}{d}\overrightarrow{e_x}$ (il est dirigé des forts vers les faibles potentiels).

On néglige le poids de l'électron devant la force électrique $\overrightarrow{F_e} = -e\overrightarrow{E} = \frac{eU}{d}\overrightarrow{e_x}$.

On applique la RFD à un électron: $m\frac{d\overrightarrow{v}}{dt} = \frac{eU}{d}\overrightarrow{e_x}$

On projette sur Ox: $\ddot{x} = \frac{eU}{md}$ soit $\dot{x} = \frac{eUt}{md}$ et $x = \frac{eUt^2}{2md}$

On projette sur Oz: $\ddot{z} = 0$, soit $\dot{z} = v_0$ et $z = v_0 t$.

On en déduit l'équation de la trajectoire avec $t = \frac{z}{v_0}$ soit $x = \frac{eUz^2}{2mdv_0^2}$.

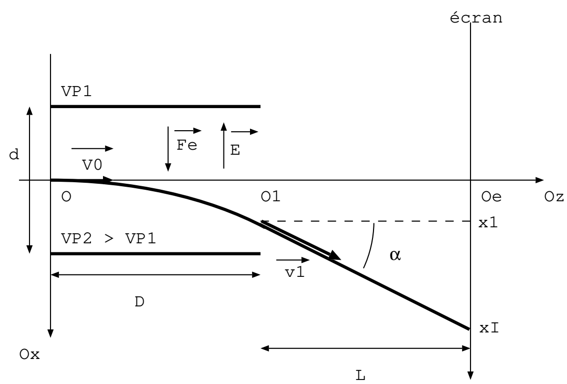
2. L'électron quitte la zone de champ électrique pour $z = D$ soit $t_1 = \frac{D}{v_0}$.

Sa position sur Ox est $x_1 = \frac{eUD^2}{2mdv_0^2}$ et sa vitesse est $\overrightarrow{v_1} = v_0\overrightarrow{e_z} + \frac{eUD}{mdv_0}\overrightarrow{e_x}$.

3. A la sortie du champ électrique, l'électron décrit une droite à la vitesse constante $\overrightarrow{v_1} = v_0\overrightarrow{e_z} + \frac{eUD}{mdv_0}\overrightarrow{e_x}$ (il ne subit aucune force).

On a $\tan\alpha = \frac{x_I - x_1}{L} = \frac{v_{1x}}{v_{1z}}$ (pente de la droite)

soit $x_I = x_1 + L\frac{v_{1x}}{v_{1z}} = \frac{eUD^2}{2mdv_0^2} + L\frac{eUD}{mdv_0^2} = \frac{eUD}{mdv_0^2}(L + \frac{D}{2})$.

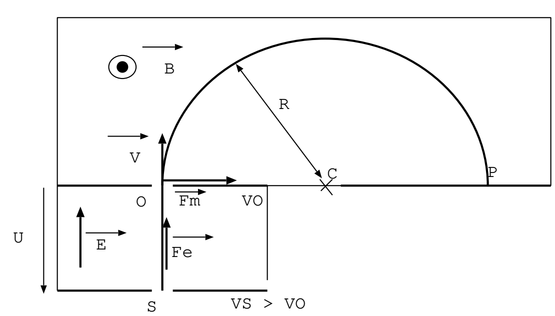


II. **Spectromètre de masse**

La particule $(Hg^{2+})_{80}^{200}$ est un cation de charge $q = +2e$ et possède 200 nucléons donc a pour masse $m_1 = 200m_n$.

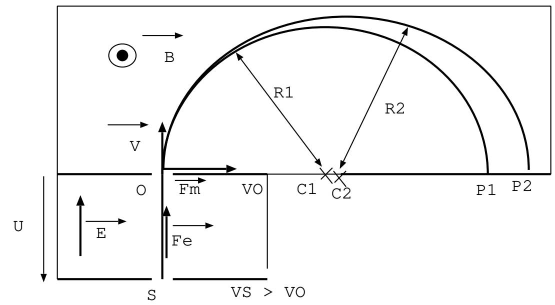
La particule $(Hg^{2+})_{80}^{202}$ est un cation de charge $q = +2e$ et possède 200 nucléons donc a pour masse $m_2 = 202m_n$.

1. Dans la zone de champ magnétique, les cations décrivent un demi cercle, la force magnétique $\overrightarrow{F_m} = q\overrightarrow{v}\Lambda\overrightarrow{B}$ est dirigé vers le centre du cercle à tout instant.



2. Dans la zone de champ électrique, les cations ne subissent que la force électrique qui est conservative (le poids est négligé). On écrit la conservation de l'énergie mécanique entre S et O (en S la vitesse des cations est nulle): $0 + qV(S) = \frac{mv^2}{2} + qV(O)$ soit $v = \sqrt{\frac{2q(V(S) - V(O))}{m}} = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$. Plus le cation est lourd, plus sa vitesse est faible en O.

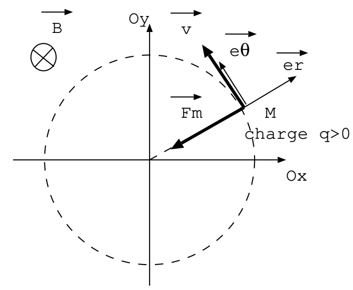
3. Dans la zone de champ magnétique, les cations décrivent un demi cercle de rayon $R = \dfrac{mv}{qB} = \sqrt{\dfrac{2mU}{qB^2}}$: plus le cation est lourd, plus le rayon du demi cercle est grand, donc l'isotope de masse m_2 va plus loin que l'isotope de masse m_1.



La distance entre les points d'impact des isotopes sur la plaque est $d = P_1P_2 = 2R_2 - 2R_1 = 2(\sqrt{\dfrac{2m_2U}{qB^2}} - \sqrt{\dfrac{2m_1U}{qB^2}})$.

III. **Cyclotron**

1. On applique la RFD au proton qui décrit un mouvement circulaire:
$m\overrightarrow{a} = q\overrightarrow{v}\Lambda\overrightarrow{B} = qv\overrightarrow{e_\theta}\Lambda(-\overrightarrow{e_z}) = -qvB\overrightarrow{e_r}$ avec l'accélération qui s'écrit $\overrightarrow{a} = \dfrac{dv}{dt}\overrightarrow{e_\theta} - \dfrac{v^2}{R}\overrightarrow{e_r}$.

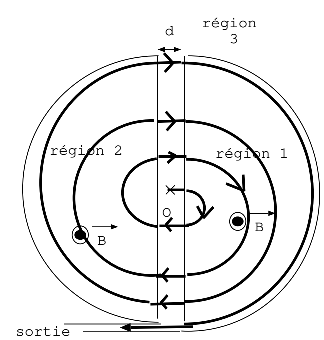


On projette sur $\overrightarrow{e_\theta}$: $\dfrac{dv}{dt} = 0$ soit le mouvement est uniforme

sur $\overrightarrow{e_r}$: $-\dfrac{v^2}{R} = -qvB$ d'où $R = \dfrac{mv}{qB}$.

La période du mouvement circulaire est $T_0 = \dfrac{2\pi R}{v} = \dfrac{2\pi m}{qB}$: ce temps ne dépend pas de la vitesse du proton. Ainsi pour décrire le cercle, le proton met toujours le même temps, plus le rayon du cercle est grand, plus le proton va vite.

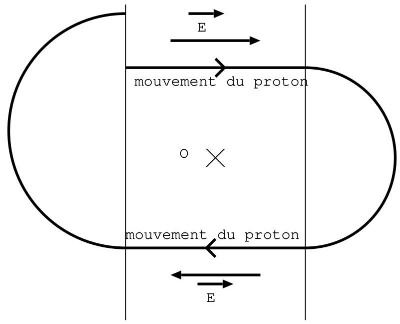
2. Telle que se présente la sortie du proton, il doit tourner dans le sens horaire dans le cyclotron. Dans les régions 1 et 2 où règne un champ magnétique, il décrit un demi cercle et dans la région 3, il décrit une droite et est accéléré. A chaque accélération, sa vitesse augmente et donc le rayon du demi cercle décrit, $R = \dfrac{mv}{qB}$, augmente lui aussi.



3. Dans la région 1, le proton décrit un demi cercle, il reste dans cette région le temps $\dfrac{T_0}{2} = \dfrac{\pi m}{qB}$. De même dans la région 2.

Ainsi le champ électrique, doit changer de sens tous les temps $T_0/2$ pour accélérer le proton dans la région 3. La période du champ électrique est donc T_0. La fréquence f_c de la tension (c'est la même que celle du champ électrique) est donc $f_c = \dfrac{1}{T_0} = \dfrac{qB}{2\pi m}$.

Représentation du mouvement du proton sur un tour (une période T_0):



4. L'énergie cinétique du proton est maximale lorsque sa vitesse est maximale soit à la sortie du cyclotron. On a $R_c = \dfrac{mv_{max}}{qB}$ soit $v_{max} = \dfrac{R_c qB}{m}$ et $E_{cmax} = \dfrac{mv_{max}^2}{2} = \dfrac{R_c^2 q^2 B^2}{2m}$.

L'énoncé donne la fréquence f_c qui est $f_c = \dfrac{qB}{2\pi m}$ on a donc $B = \dfrac{2\pi m f_c}{q} = 0,787\ T$ soit $E_{cmax} = 1,28.10^{-12}\ J = 8,02.10^6\ eV = 8,02\ MeV$ $(1,6.10^{-19}\ J = 1\ eV)$.

5. On applique la conservation de l'énergie mécanique au proton lors d'un accélération dans le champ électrique: on néglige le poids du proton et la force électrique est conservative. Je note E_{c1} et V_1 son énergie cinétique et son potentiel à l'entrée de la région 3 et E_{c2} et V_2 son énergie cinétique et son potentiel à la sortie de la région 3. On a $E_{c1} + qV_1 = E_{c2} + qV_2$ soit $\Delta E_c = E_{c2} - E_{c1} = q(V_1 - V_2) = qU > 0$ pour que le proton soit accéléré.

A chaque tour, le proton passe deux fois dans la région 3, il est donc accéléré deux fois soit $\Delta E_{c,1\ tour} = 2qU = 6,4.10^{-14}\ J = 400\ keV$.

On en déduit le nombre de tours par: $E_{cmax} - 0 = N\Delta E_{c,1\ tour}$ (le proton a une énergie cinétique nulle au départ) soit $N = \dfrac{E_{cmax}}{\Delta E_{c,1\ tour}} = 20\ tours$.