# DM7 physique

## I. **Etude théorique d'un câble coaxial**

**1.**

**1.a.** La loi des noeuds s'écrit $i(z,t) = i_c + i(z+dz,t)$ avec $i_c = \gamma dz\dfrac{\partial u}{\partial t}$.

On a donc $i(z+d,t) - i(z,t) = -\gamma dz\dfrac{\partial u}{\partial t} = \dfrac{\partial i}{\partial z}dz$.

Ainsi on a $\dfrac{\partial i}{\partial z} = -\gamma\dfrac{\partial u}{\partial t}$.

**1.b.** La loi des mailles s'écrit $u(z+dz,t) = u_L + u(z,t)$ avec $u_L = ldz\dfrac{\partial i}{\partial t}$.

d'où $u(z+dz,t) - u(z,t) = -u_L$ soit $\dfrac{\partial u}{\partial z}dz = -ldz\dfrac{\partial i}{\partial t}$

donc $\dfrac{\partial u}{\partial z} = -l\dfrac{\partial i}{\partial t}$.

**1.c.** On dérive l'équation obtenue par la loi des mailles par rapport à $z$: $\dfrac{\partial^2 u}{\partial z^2} = -l\dfrac{\partial}{\partial z}(\dfrac{\partial i}{\partial t}) = -l\dfrac{\partial}{\partial t}(\dfrac{\partial i}{\partial z}) = -l\dfrac{\partial}{\partial t}(-\gamma\dfrac{\partial u}{\partial t}) = l\gamma\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}$.

On obtient une équation de d'Alembert: $\dfrac{\partial^2 u}{\partial z^2} - l\gamma\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$ avec $c = \dfrac{1}{\sqrt{l\gamma}}$.

**1.d.** $\underline{u}(z,t) = u_0 e^{j(\omega t - kz)}$: il s'agit d'une $OPPH$ car $t$ et $z$ sont dans le même terme de phase et l'onde se propage selon $+Oz$ car $t$ et $z$ n'ont pas le même signe.

On prend une OPPH dans le cas où le milieu de propagation est de taille infinie.

On prend l'une des équations obtenues question 1a ou 1b (les deux conduisent au même résultat). Ici avec la notation complexe, dériver par rapport au temps revient à multiplier par $j\omega$ et dériver par rapport à $z$ revient à multiplier par $-jkz$.

D'après la question 1a: $\dfrac{\partial \underline{i}}{\partial z} = -\gamma\dfrac{\partial \underline{u}}{\partial t}$ soit $-jk\underline{i} = -\gamma j\omega\underline{u}$. On a donc $\underline{i} = \dfrac{\gamma\omega}{k}\underline{u} = \gamma c\underline{u} = \sqrt{\dfrac{\gamma}{l}}\underline{u}$ (car $k = \dfrac{\omega}{c}$ et $c = \dfrac{1}{\sqrt{l\gamma}}$).

On en déduit l'impédance (en $\Omega$): $\underline{Z} = \dfrac{\underline{u}}{\underline{i}} = \sqrt{\dfrac{l}{\gamma}}$.

Pour une $OPPH^-$ on prend $\underline{u} = u_0 e^{j(\omega t + kz)}$ et on obtient de la même façon $\dfrac{\underline{u}}{\underline{i}} = -\underline{Z} = -\sqrt{\dfrac{l}{\gamma}}$.

**2.**

**2.a.** Dans l'onde de tension: $\underline{u}(z,t) = u_0 e^{j(\omega t - kz)} + u_0\underline{r}e^{j(\omega t + kz)}$, le terme $u_0 e^{j(\omega t - kz)}$ correspond à l'onde incidente $OPPH^+$ émise par le GBF et le terme $\underline{r}u_0 e^{j(\omega t + kz)}$ correspond à l'onde réfléchie $OPPH^-$.

Pour l'onde incidente $\underline{Z} = \dfrac{\underline{u}}{\underline{i}} = \sqrt{\dfrac{l}{\gamma}}$ donc l'onde d'intensité s'écrit $\dfrac{u_0}{\underline{Z}}e^{j(\omega t - kz)}$.

Pour l'onde réfléchie $\dfrac{\underline{u}}{\underline{i}} = -\underline{Z} = -\sqrt{\dfrac{l}{\gamma}}$ donc l'onde d'intensité s'écrit $-\dfrac{\underline{r}u_0}{\underline{Z}}e^{j(\omega t + kz)}$.

L'onde d'intensité s'écrit donc: $\underline{i}(z,t) = \dfrac{u_0}{\underline{Z}}(e^{j(\omega t - kz)} - \underline{r}e^{j(\omega t + kz)})$.

**2.b.** On applique la loi d'Ohm: $\underline{u}(z=0,t) = R\underline{i}(z=0,t)$. On remplace les expressions de $\underline{u}$ et $\underline{i}$ dans cette égalité.

$u_0 + \underline{r}u_0 = R\dfrac{u_0}{\underline{Z}}(1 - r)$ soit $\underline{Z}(1+\underline{r}) = R(1-\underline{r})$ ou encore $\underline{r}(\underline{Z}+R) = R - \underline{Z}$ soit $\underline{r} = \dfrac{R - \underline{Z}}{R + \underline{Z}}$.

**2.c.** Cas particuliers 1: $R = Z$: on trouve $\underline{r} = 0$: il n'y a pas d'onde réfléchie, l'onde résultante est juste une $OPPH^+$: $\underline{u}(z,t) = u_0 e^{j(\omega t - kz)}$ et $\underline{i}(z,t) = \dfrac{u_0}{\underline{Z}} e^{j(\omega t - kz)}$ .

On passe en notation réelle en prenant la partie réelle de $\underline{u}$ et $\underline{i}$ soit: $u(z,t) = u_0 \cos(\omega t - kz)$ et $i(z,t) = \dfrac{u_0}{Z}\cos(\omega t - kz)$.

cas 2: le câble est ouvert en bout de ligne signifie que $R \to \infty$, on trouve alors $\underline{r} = 1$.

$u(z,t) = \mathcal{R}e(\underline{u}(z,t)) = u_0(\cos(\omega t - kz) + \cos(\omega t + kz)) = 2u_0 \cos(\omega t)\cos(kz)$ c'est une OS avec un ventre de tension en $z = 0$.

$i(z,t) = \mathcal{R}e(\underline{i}(z,t)) = \dfrac{u_0}{Z}(\cos(\omega t - kz) - \cos(\omega t + kz)) = -2\dfrac{u_0}{Z}\sin(\omega t)\sin(kz)$ c'est une OS avec un noeud d'intensité en $z = 0$.