I. **Correction: ondes acoustiques**

1. L'approximation acoustique consiste à linéariser les équations mécanique et thermodynamique en faisant des DL à l'ordre 1 sachant que p_1, ρ_1 et v_1 sont des infiniment petits d'ordre 1.

2. L'équation d'Euler s'écrit $(\rho_0 + \rho_1)(\frac{\partial \vec{v_1}}{\partial t} + (\vec{v_1}.\overrightarrow{\text{grad}})\vec{v_1}) = -\overrightarrow{\text{grad}}(P_0 + p_1)$ (le fluide est parfait et on néglige le poids)

Les termes $(\vec{v_1}.\overrightarrow{\text{grad}})\vec{v_1}$ et $\rho_1\frac{\partial \vec{v_1}}{\partial t}$ sont d'ordre 2 donc on les néglige. Il reste: $\rho_0\frac{\partial \vec{v_1}}{\partial t} = -\overrightarrow{\text{grad}}p$ soit en projetant sur Ox: $\rho_0\frac{\partial v_1}{\partial t} = -\frac{\partial p_1}{\partial x}$.

L'équation de conservation de la masse s'écrit $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho\vec{v_1}) = 0$ soit $\frac{\partial(\rho_0+\rho_1)}{\partial t} + \text{div}((\rho_0+\rho_1)\vec{v_1}) = 0$

ρ_0 est une constante donc sa dérivée par rapport au temps est nulle.

Le terme $\rho_1\vec{v_1}$ est d'ordre 2 on le néglige.

Le terme $\rho_0\vec{v_1}$ est d'ordre 1, on le garde.

On obtient donc l'équation linéarisée: $\frac{\partial \rho_1)}{\partial t} + \rho_0\text{div}\vec{v_1} = 0$ soit $\frac{\partial \rho_1)}{\partial t} + \rho_0\frac{\partial v_1}{\partial x} = 0$

3. La compressibilité isentropique s'écrit $\chi_S = \frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial P} = \frac{1}{\rho_0}\frac{\rho - \rho_0}{P - P_0} = \frac{1}{\rho_0}\frac{\rho_1}{p_1}$ soit $\rho_1 = p_1\rho_0\chi_S$.

4. On a donc $\frac{\partial}{\partial x}(\frac{\partial p_1}{\partial x}) = \frac{\partial}{\partial x}(-\rho_0\frac{\partial v_1}{\partial t}) = \frac{\partial}{\partial t}(-\rho_0\frac{\partial v_1}{\partial x}) = \frac{\partial}{\partial t}(\frac{\partial \rho_1}{\partial t}) = \frac{\partial}{\partial t}(\frac{\partial(p_1\rho_0\chi_S)}{\partial t}) = \rho_0\chi_S\frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2}$.

On obtient bien l'équation de d'Alembert demandée avec $c = \frac{1}{\sqrt{\rho_0\chi_S}}$.

5. Pour un GP en transformation isentropique soit adiabatique réversible, on peut appliquer les lois de Laplace: $PV^\gamma = cstte$. Or on a la relation $\rho = \frac{m}{V}$ donc $V^\gamma = m^\gamma\rho^{-\gamma}$. A masse constante (système fermé), les lois de Laplace deviennent donc $P\rho^{-\gamma} = cstte$.

On prend le ln de cette relation: $\ln P - \gamma\ln\rho = \ln cstte$, on différencie soit: $\frac{dP}{P} - \gamma\frac{d\rho}{\rho} = 0$ ou encore $\chi_S = \frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial P} = \frac{1}{\gamma P} = \frac{1}{\gamma P_0}$ car $P \approx P_0$.

On en déduit donc la célérité des ondes: $c = \frac{1}{\sqrt{\rho_0\chi_S}} = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}}$.

6. Soit la relation $\frac{\partial v_1}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p_1}{\partial x}$.

On remplace l'expression de l'$OPPH^+$ donnée dans l'énoncé soit:

$\frac{\partial v_1}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0}kp_{1,m}\sin(\omega t - kx)$

On intègre par rapport à t (la constante d'intégration est nulle car les constantes ne se propagent pas):

$v_1(x,t) = \frac{1}{\rho_0\omega}kp_{1,m}\cos(\omega t - kx)$ avec $k = \frac{\omega}{c}$ soit $v_1(x,t) = \frac{p_{1,m}}{\rho_0 c}\cos(\omega t - kx)$.

L'impédance acoustique est donc $Z_c = \rho_0 c$. Pour une $OPPH$ qui se propage dans le sens indirect on a $Z_c = -\rho_0 c$.

7. Le terme $\frac{\rho_0 < v_1^2 >}{2}$ est l'énergie cinétique volumique de l'onde.

Le terme $\frac{\chi_S < p_1^2 >}{2}$ est l'énergie potentielle volumique des forces de pression qui sont conservatives.

On a $< e_T >= \frac{\rho_0 p_{1,m}^2}{2Z_c^2} < \cos^2(\omega t - kx) > + \frac{\chi_S p_{1,m}^2}{2} < \cos^2(\omega t - kx) >= \frac{\rho_0 p_{1,m}^2}{4Z_c^2} + \frac{\chi_S p_{1,m}^2}{4}$ avec $Z_c^2 = \rho_0^2 c^2 = \frac{\rho_0}{\chi_S}$ soit $< e_T >= \frac{\chi_S p_{1,m}^2}{2} = \frac{p_{1,m}^2}{2\rho_0 c^2}$.

8. La surpression est une force par unité de surface. Le produit d'une force avec une vitesse est une puissance. Donc le produit pv est une puissance surfacique.

On a $I = \frac{p_{1,m}^2}{Z_c} < \cos^2(\omega t - kx) >= \frac{p_{1,m}^2}{2Z_c} = \frac{< e_T >}{\chi_S Z_c} = \frac{< e_T >}{\chi_S \rho_0 c} =< e_T > c$ car $c^2 = \frac{1}{\rho_0 \chi_S}$.

9. D'après l'énoncé, on a $\alpha_m = \frac{P_a}{P_i}$ et la puissance de l'onde incidente c'est son intensité fois la surface soit $P_i = I_r S$ soit $P_a = \alpha_m S I_r$.

D'après l'énoncé $< e_r >= \frac{4I_r}{c}$ est l'énergie volumique moyenne de l'onde sonore donc on multiplie par le volume du système pour avoir son énergie totale: $E(t) = \frac{4I_r V}{c}$.

10. Le système constitué de la pièce a pour énergie: $E(t)$ à l'instant t et $E(t+dt)$ à l'instant $t + dt$. Ce système perd, entre t et $t + dt$, l'énergie absorbée $I_a = P_a dt = \alpha_m S I_r dt$.

La conservation de l'énergie de la pièce s'écrit: $E(t + dt) = E(t) - \alpha_m S I_r dt$ soit $\frac{dE}{dt} dt = -\alpha S I_r dt$ d'où $\frac{dE}{dt} = \frac{4V}{c}\frac{dI_r}{dt} = -\alpha_m S I_r$.

On trouve l'équation différentielle $\frac{dI_r}{dt} + \frac{\alpha_m S c}{4V} I_r = 0$.

On pose $\tau = \frac{4V}{\alpha_m S c}$, la solution est $I_r(t) = I_r(t = 0)e^{-t/\tau}$.

11. On a $L(t = T_r) - L(t = 0) = 10\log(\frac{I_r(t = T_r)}{I_0}) - 10\log(\frac{I_{r0}}{I_0}) = 10\log(\frac{I_r(t = T_r)}{I_{r0}}) = 10\log(e^{-T_r/\tau}) = 10\frac{\ln(e^{-T_r/\tau})}{\ln 10} = \frac{-10T_r}{\tau \ln 10}$.

On cherche T_r tel que $L(t = T_r) - L(t = 0) = -60\ dB$ soit $= \frac{-10T_r}{\tau \ln 10} = -60$ ou encore $T_r = 6\ln 10\tau = \frac{24\ln 10}{c}\frac{V}{\alpha_m S} = 0,16\frac{V}{\alpha_m S}$.

12. Les ondes ont la même pulsation ω et donc la même valeur de k puisque $k = \frac{\omega}{c}$ et c a la même valeur des deux côtés de la plaque.

On propose $\underline{p_r}(x,t) = \underline{p_r} e^{j(\omega t + kx)}$ $OPPH^-$ et $\underline{p_t}(x,t) = \underline{p_t} e^{j((\omega t - kx)}$ $OPPH^-$

D'où $\underline{v_i}(x,t) = \frac{p_1}{Z} e^{j(\omega t - kx)}$, $\underline{v_r}(x,t) = \frac{-\underline{p_r}}{Z} e^{j(\omega t + kx)}$ et $\underline{v_t}(x,t) = \frac{\underline{p_t}}{Z} e^{j(\omega t - kx)}$.

13. **13.a.** On écrit la continuité de la vitesse en $x = 0$ soit $\underline{v_i}(x = 0,t) + \underline{v_r}(x = 0,t) = \underline{v_t}(x = 0,t)$ donne $\frac{p_0}{Z} - \frac{\underline{p_r}}{Z} = \frac{\underline{p_t}}{Z}$ soit $p_0 + \underline{p_r} = \underline{p_t}$ avec $\underline{p_r} = \underline{r} p_0$ et $\underline{p_t} = \underline{\tau} p_0$ soit $1 - \underline{r} = \underline{\tau}$.

13.b. La surface dS de l'isolant subit la force de pression de l'air à gauche soit $\overrightarrow{dF_g} = +(P_0 + p(x = 0^-))dS\overrightarrow{e_x} = +(P_0 + p_i(x = 0^-) + p_r(x = 0^-))dS\overrightarrow{e_x}$ et la force de pression à droite $\overrightarrow{dF_d} = -(P_0 + p(x = 0^+))dS\overrightarrow{e_x} = -(P_0 + p_t(x = 0^+))dS\overrightarrow{e_x}$. La somme des forces d'écrit $\overrightarrow{dF_g} + \overrightarrow{dF_d} = (p_i(x = 0) + p_r(x = 0) - p_t(x = 0))dS\overrightarrow{e_x}$.

On applique la RFD à la surface élémentaire dS de la plaque de masse μdS et d'accélération égale à l'accélération de l'onde en $x = 0^-$ ou en $x = 0^+$ (c'est pareil!).

Soit $\mu dS a(x = 0)\overrightarrow{e_x} = (p_i(x = 0) + p_r(x = 0) - p_t(x = 0))dS\overrightarrow{e_x}$.

Cette équation est la même en notation complexe.

On a $\underline{a} = \frac{dv_t}{dt}(x = 0) = j\omega \underline{v_t}(x = 0) = \frac{j\omega \underline{p_t}}{Z} e^{j\omega t} = \frac{j\omega \underline{\tau} p_0}{Z} e^{j\omega t}$.

On a donc en remplaçant dans la RFD: $\mu dS \frac{j\omega \underline{\tau} p_0}{Z} e^{j\omega t} = (p_0 + \underline{r} p_0 - \underline{\tau} p_0) dS e^{j\omega t}$ soit après simplification par $dSp_0 e^{j\omega t}$: $\mu \frac{j\omega \underline{\tau}}{Z} = 1 + \underline{r} - \underline{\tau}$.

13.c. On doit résoudre le système: $1 - \underline{r} = \underline{\tau}$ et $1 + \underline{r} = \underline{\tau}(1 + \frac{j\omega\mu}{Z})$.

On fait la somme $2 = \underline{\tau}(2 + \frac{j\omega\mu}{Z})$ d'où $\underline{\tau} = \frac{2}{2 + \frac{j\omega\mu}{Z}} = \frac{2Z}{2Z + j\omega\mu}$

Puis $\underline{r} = 1 - \underline{\tau} = \frac{j\omega\mu}{2Z + j\omega\mu}$.

14. Le coefficient de transmission en énergie s'écrit $T = |\underline{\tau}|^2 = \dfrac{(\omega\mu)^2}{(2Z)^2 + (\omega\mu)^2}$.

A BF: $T \approx 1$: ce filtre laisse passer les BF

A HF: $T \approx 0$: $T \approx 0$: ce filtre coupe les HF

La plaque isolante se comporte comme un filtre passe bas.

II. Correction: vibrations d'une passerelle

1. Le module d'Young est homogène à une force par unité de surface, il s'agit donc d'une pression. Le module d'Young est d'autant plus élevé que le matériau est rigide.

2.

2.a. Il s'agit d'une onde longitudinale puisque la perturbation est dans le sens de propagation de l'onde (ici (Ox)).

2.b. A l'équilibre, la longueur du tronçon au repos est $l_0 = dx$.

En présence de la perturbation, la longueur du tronçon est $l(t) = (x + dx + X(x + dx, t)) - (x + X(x, t)) = dx + X(x + dx, t) - X(x, t) = dx(1 + \dfrac{\partial X}{\partial x}(x, t))$ pour dx petit.

On en déduit l'allongement relatif: $\dfrac{l(t) - l_0}{l_0} = \dfrac{dx(1 + \frac{\partial X}{\partial x}(x, t)) - dx}{dx} = \dfrac{\partial X}{\partial x}(x, t)$. Ce terme est équivalent au terme $\dfrac{\Delta L}{L}$ dans la loi de Hooke.

2.c. On déduit de la loi de Hooke: $\overrightarrow{F}(x, t) = ES\dfrac{\partial X}{\partial x}(x, t)\overrightarrow{U_x}$ exercée par la partie droite sur la partie gauche.

On note que cette force est selon $+Ox$ pour $\dfrac{\partial X}{\partial x}(x, t)$ positif. Ce qui correspond bien à un étirement du système.

3. L'élément de barreau compris entre x et $x + dx$ subit l'action de la droite en $x + dx$ soit $\overrightarrow{F_d}(x + dx, t)$ et l'action de la gauche en x soit $\overrightarrow{F_g}(x, t) = -\overrightarrow{F_d}(x, t)$.

On applique la RFD à l'élément de volume compris entre x et $x + dx$ soit de masse élémentaire $\rho S dx$, on a : $\rho S dx\dfrac{\partial^2 X}{\partial t^2}(x, t)\overrightarrow{U_x} = +\overrightarrow{F_d}(x + dx, t) - \overrightarrow{F_d}(x, t)$ soit en projection selon Ox: $\rho S dx\dfrac{\partial^2 X}{\partial t^2}(x, t) = +F_d(x + dx, t) - F_d(x, t) = ES(\dfrac{\partial X}{\partial x}(x + dx, t) - \dfrac{\partial X}{\partial x}(x, t)) \approx ESdx\dfrac{\partial^2 X}{\partial x^2}(x, t)$.

On obtient une équation de d'Alembert: $\dfrac{\partial^2 X}{\partial x^2} - \dfrac{\rho}{E}\dfrac{\partial^2 X}{\partial t^2} = 0$ de vitesse de propagation $c = \sqrt{\dfrac{E}{\rho}}$. Les ondes se propagent d'autant plus vite que le milieu est rigide (E grand) et peu dense (ρ petit).

4. Il s'agit d'une onde transversale car la direction de la perturbation (selon Oy) est perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde (selon Ox).

5. On a $\tan\alpha(x, t) = \dfrac{y(x + dx, t) - y(x, t)}{dx} \approx \dfrac{\partial y}{\partial x}$ pour dx petit. Or les angles sont petits donc $\tan\alpha \approx \alpha$, ce qui conduit à l'égalité demandée $\alpha(x, t) = \dfrac{\partial y}{\partial x}(x, t)$.

6. On applique la RFD au tronçon de corde entre x et $x + dx$:

$$\mu dx\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\overrightarrow{U_y} = \overrightarrow{T_d} + \overrightarrow{T_g}$$

En projection sur Ox : $0 = ||\overrightarrow{T_d}(x + dx, t)|| \cos(\alpha(x + dx, t)) - ||\overrightarrow{T_g}(x, t)|| \cos(\alpha(x, t))$

Or les angles étant petits on a $\cos\alpha \approx 1$ d'où $||\overrightarrow{T_d}(x + dx, t)|| = ||\overrightarrow{T_g}(x, t)||$. Or d'après le principe de l'action et de la réaction, $||\overrightarrow{T_d}(x + dx, t)|| = ||\overrightarrow{T_g}(x + dx, t)||$. Les forces de tension ont donc toutes même norme en tout point de la corde.

7. On projette la RFD selon Oy: $\mu dx \dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2} = T_0 \sin(\alpha(x+dx,t)) - T_0 \sin(\alpha(x,t)) \approx T_0(\alpha(x+dx,t) - \alpha(x,t) \approx T_0 dx \dfrac{\partial \alpha}{\partial x}$ pour dx petit.

Or on a $\alpha(x,t) = \dfrac{\partial y}{\partial x}(x,t)$ d'où $\mu \dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2} = T_0 \dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2}$.

On reconnaît une équation de d'Alembert $\dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \dfrac{\mu}{T_0}\dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$ avec pour vitesse de propagation $c = \sqrt{\dfrac{T_0}{\mu}}$ d'autant plus grande que la corde est tendue (T_0 grande) et que la corde est peu dense (μ petit).

8. La solution $y(x,t) = \cos(\omega t) f(x)$ correspond à une onde stationnaire qui peut se former dans un milieu de dimension finie. Une onde progressive se propage dans un tel milieu et est réfléchie sur une extrémité du milieu, les réflexions successives sur chacune des extrémités peuvent donner naissance à des ondes stationnaires.

9. On a $\dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 \cos(\omega t) f(x)$ et $\dfrac{\partial^4 y}{\partial x^4} = f^{(4)}(x)\cos(\omega t)$, on remplace dans l'équation de propagation et on simplifie par $\cos(\omega t)$: $-\rho S \omega^2 f(x) + IE f^{(4)}(x) = 0$, cette équation peut aussi s'écrire $f^{(4)}(x) - \dfrac{\rho S \omega^2}{IE} f(x) = 0$.

On remplace la solution proposée par l'énoncé : $f(x) = A\cos(\beta x) + B\sin(\beta x)$ et $f^{(4)}(x) = \omega^4 (A\cos(\beta x) + B\sin(\beta x)) = \omega^4 f(x)$.

On en déduit que $\beta^4 = \dfrac{\rho S \omega^2}{IE}$.

10. On vérifie les conditions aux limites:

$y(x=0,t) = \cos(\omega t) A = 0$ conduit à $A = 0$.

$y(x=L,t) = \cos(\omega t) B \sin(\beta L) = 0$ conduit à $\sin(\beta L) = 0$ ou encore $\beta_n L = n\pi$ avec $\beta^4 = \dfrac{\rho S \omega^2}{IE}$. On en déduit alors que la pulsation est quantifiée par $\omega_n = \dfrac{n^2\pi^2}{L^2}\sqrt{\dfrac{IE}{\rho S}}$.

On a donc $y(x,t) = B\cos(\omega t)\sin(\dfrac{n\pi x}{L})$.

On en déduit la dérivée seconde par rapport à x soit $\dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -B(\dfrac{n\pi x}{L})^2 \cos(\omega t)\sin(\dfrac{n\pi x}{L}) = -(\dfrac{n\pi x}{L})^2 y(x,t)$. Les conditions aux limites sont donc bien vérifiées.

11. Le modèle utilisé fait appel à la fonction $y(x,t)$ qui ne dépend donc que de la coordonnée d'espace x, ce qui signifie que la hauteur de la perturbation est la même en tout point sur l'axe Oz, cela correspond aux modes de vibration a, c, e et f.

On reconnaît sur les simulations des ondes stationnaires. Le mode a ne comprend qu'un seul ventre c'est le mode fondamental de rang $n = 1$. Le mode c comprend deux ventres de vibration, c'est le mode de rang $n = 2$. Le mode e comprend trois ventres de vibration, c'est le mode $n = 3$ et le mode f comprend quatre ventres, il correspond à $n = 4$.

12. D'après la courbe donnée concernant la charge exercée par les piétons, on observe un mouvement périodique de période $T = 0,5\ s$ soit de fréquence $f = 2\ Hz$.

On recherche maintenant les fréquences propres du mouvement transversale de la passerelle. L'étude précédente a montré que les fréquences propres s'écrivent $f_n = \dfrac{\omega_n}{2\pi} = \dfrac{n^2\pi}{2L^2}\sqrt{\dfrac{IE}{\rho S}}$ avec $S = bh$ et $I = \dfrac{bh^3}{12}$ soit $f_n = \dfrac{n^2\pi}{2L^2}\sqrt{\dfrac{h^2 E}{12\rho}}$.

On regroupe les applications numériques dans le tableau suivant:

Longueur de la travée	$L_1 = 70\ m$	$L_2 = 144\ m$	$L_3 = 108\ m$
$f_1\ (Hz)$	$0,50$	$0,118$	$0,210$
$f_2\ (Hz)$	2	$0,47$	$0,84$
$f_3\ (Hz)$	$4,5$	$1,1$	$1,89$
$f_4\ (Hz)$	8	$1,9$	$3,4$

Parmi les fréquences propres des différents modes de vibration, on s'intéresse à celles qui sont très voisines de la fréquence des piétons soit $2\ Hz$. Ce sont les modes propres que les piétons peuvent exciter et faire entrer en résonance. Il s'agit donc du mode de rang 2 pour la travée de longueur L_1, du mode de rang 4 pour la travée de longueur L_2 et du mode de rang 3 pour la travée de longueur L_3.

Les vibrations latérales sont encore des vibrations transversales par rapport à la grande longueur L de la passerelle mais au lieu de se produire selon la direction verticale Oy, elles se produisent selon la direction horizontale Oz. On applique les résultats précédents en inversant les rôles de h (selon Oy) et b (selon Ox). On a donc $f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{n^2\pi}{2L^2}\sqrt{\frac{IE}{\rho S}}$ avec $S = bh$ et $I = \frac{hb^3}{12}$ soit $f_n = \frac{n^2\pi}{2L^2}\sqrt{\frac{b^2E}{12\rho}}$. De même les résultats sont résumés dans le tableau suivant:

Longueur de la travée	$L_1 = 70\ m$	$L_2 = 144\ m$	$L_3 = 108\ m$
$f_1\ (Hz)$	$1,9$	$0,44$	$0,79$
$f_2\ (Hz)$	$7,5$	$2,76$	$3,14$
$f_3\ (Hz)$	$16,8$	$4,0$	$7,1$

Comme précédemment, on s'intéresse aux modes propres de fréquence $2\ Hz$, il s'agit donc du mode fondamental pour la travée de longueur L_1 principalement.

III. **Correction: effet Hall**

1. Les électrons non relativistes sont des électrons dont la vitesse est inférieure à $\frac{c}{10} = 3.10^7\ m.s^{-1}$.

2. Le vecteur densité de courant s'écrit $\overrightarrow{j} = -n_v e\overrightarrow{v}$ soit en norme $j = n_v ev$. Les électrons se déplacent dans le sens opposé à I soit leur vitesse est selon $-Ox$: $\overrightarrow{v} = -v\overrightarrow{u_x}$ avec $v > 0$.

L'intensité est le flux du vecteur densité de courant électrique à travers la surface du conducteur: $I = jS = n_v evab$.

3. Un électron subit la force électrique $\overrightarrow{F_e} = -e\overrightarrow{E} = -eE_0\overrightarrow{u_x}$ et la force de frottement fluide $\overrightarrow{F_f} = -\alpha\overrightarrow{v}$, on néglige le poids devant la force électrique.

On applique la RFD à un électron: $m\frac{d\overrightarrow{v}}{dt} = -e\overrightarrow{E} - \alpha\overrightarrow{v}$ d'où l'équation différentielle $\frac{d\overrightarrow{v}}{dt} + \frac{\alpha}{m}\overrightarrow{v} = -\frac{\overrightarrow{E}}{m}$.

On pose $\tau = \frac{m}{\alpha}$, le temps caractéristique de la durée du régime transitoire.

En régime stationnaire, l'électron a un mouvement rectiligne uniforme, son accélération est nulle soit $\overrightarrow{0} = -e\overrightarrow{E} - \alpha\overrightarrow{v}$ d'où $\overrightarrow{v_l} = \frac{-e\overrightarrow{E}}{\alpha}$. On en déduit le vecteur densité de courant $\overrightarrow{j} = n_v(-e)\overrightarrow{v_l} = \frac{n_v e^2\overrightarrow{E}}{\alpha} = \frac{n_v e^2\tau\overrightarrow{E}}{m}$ de la forme $\overrightarrow{j} = \gamma\overrightarrow{E}$. Par identification avec la loi d'Ohm locale, on trouve $\gamma = \frac{n_v e^2\tau}{m}$.

4. Le nombre d'électrons par unité de volume est égal au nombre d'atomes par unité de volume soit $n_v = \frac{N}{V} = \frac{n\mathcal{N}_a}{V} = \frac{m\mathcal{N}_a}{MV} = \frac{\mathcal{N}_a\rho}{M} = 6,02.10^{28}\ electrons.m^{-3}$.

On a $\tau = \frac{m\gamma}{n_v e^2} = 2,2.10^{-14}\ s$.

5. La force de Lorentz magnétique s'écrit $\overrightarrow{F_m} = -e\overrightarrow{v}\Lambda\overrightarrow{B} = ev\overrightarrow{u_x}\Lambda B\overrightarrow{u_z} = -evB\overrightarrow{u_y}$. Cette force est perpendiculaire au mouvement, sa puissance est nulle, elle ne peut ni accélérer, ni freiner les électrons, elle ne fait que les dévier.

6. Les électrons sont déviés selon $-\overrightarrow{u_y}$, ils s'accumulent sur la face 1 et par manque d'électrons il apparaît des charges positives sur la face 2.

Il apparaît donc un champ électrique dirigé des charges positives vers les charges négatives soit selon $-\overrightarrow{u_y}$

7. En régime stationnaire, la résultante des forces selon $\overrightarrow{u_y}$ qui s'exerce sur les électrons est nulle soit $-e\overrightarrow{E_h} - e\overrightarrow{v}\Lambda\overrightarrow{B} = \overrightarrow{0}$ soit $\overrightarrow{E_h} = -\overrightarrow{v}\Lambda\overrightarrow{B} = -vB\overrightarrow{u_y}$ avec $v = \frac{I}{n_v eab}$ soit le champ de Hall $\overrightarrow{E_h} = -\frac{IB}{n_v eab}\overrightarrow{u_y}$.

La norme du champ électrique est de la forme $\frac{U_h}{a}$ soit $\frac{U_h}{a} = \frac{IB}{n_v eab}$ et donc $U_h = \frac{IB}{n_v eb}$.

On en déduit la résistance de Hall $R_h = \frac{U_h}{I} = \frac{B}{n_v eb}$.

8. AN: $U_h = 1,04.10^{-7}\ V$: cette valeur est difficilement mesurable avec un voltmètre.

9. Calculons la densité volumique d'électrons dans un semi conducteur tel que le silicium. Je prends $T = 293\ K$, on trouve $n_v = 8,6.10^{21}\ electrons.m^{-3}$. Avec une telle densité volumique d'électrons, on trouve $U_h = 7,3\ V$: tension mesurable au voltmètre. Donc l'intérêt des semi conducteurs est d'avoir à mesurer une tension de Hall accessible au voltmètre.

10. La variation relative de résistance de Hall s'écrit: $\frac{|R_h(T_2) - R_h(T_1)|}{R_h(T_1)} = \frac{|\frac{B}{n_v(T_2)eb} - \frac{B}{n_v(T_1)eb}|}{\frac{B}{n_v(T_1)eb}} = \frac{|n_v(T_1) - n_v(T_2)|}{n_v(T_2)} = \frac{|e^{-\frac{\xi}{k_B T_1}} - e^{-\frac{\xi}{k_B T_2}}|}{e^{-\frac{\xi}{k_B T_1}}}$ avec $T_1 = 293\ K$ (température usuelle) et $T_2 = 303\ K = T_1 + 10\ K$.

AN: $\frac{|R_h(T_2) - R_h(T_1)|}{R_h(T_1)} = 0,20$ soit une variation relative de 20 %. C'est donc très intéressant de prendre un semi conducteur pour accéder à la valeur de U_h au voltmètre et d'en déduire B mais cette mesure est très sensible par rapport à la température.