Chapitre EM 8 : les équations de Maxwell

Les équations de Maxwell relient le champ électromagnétique ($\overrightarrow{E}(M,t)$, $\overrightarrow{B}(M,t)$) à ses sources ($\rho(M,t)$, $\overrightarrow{j}(M,t)$) en régime variable. Elles s'écrivent:

I. **Commentaires**

• On peut appliquer le théorème de superposition car

• Ces équations montrent que:

- Le champ électrique est créé par

- Le champ magnétique est créé par

• On retrouve les équations rencontrées en magnétostatique et en électrostatique:

• En régime variable, la propriété $\overrightarrow{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V$ n'est plus valable (car ....) par conséquent les lignes de champ

• Les variables de temps et d'espace sont indépendantes on peut intervertir les opérateurs:

• Les équations Maxwell contiennent l'équation de conservation de la charge, en effet:

$div(\overrightarrow{\text{rot}}\overrightarrow{B}) =$

II. **Les symétries du champ em**

En un point d'un plan P^+ pour les sources (charges et/ou courants):

Le champ électrique est

Le champ magnétique est

En un point d'un plan P^- pour les sources (charges et/ou courants):

Le champ électrique est

Le champ magnétique est

En deux points symétriques par rapport à un plan P^+ pour les sources (charges et/ou courants):

Les champs électriques sont

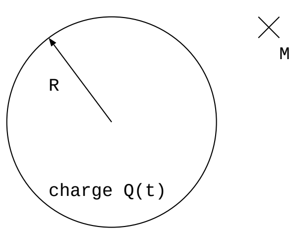
Les champs magnétiques sont

En deux points symétriques par rapport à un plan P^- pour les sources (charges et/ou courants):

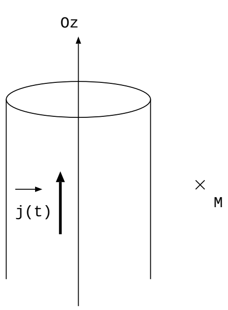
Les champs électriques sont

Les champs magnétiques sont

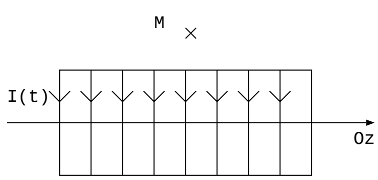
Exemple 1 : Soit une sphère de rayon R, uniformément chargée en volume portant la charge totale $Q(t)$.



Exemple 2 : soit un cylindre de rayon R, de grande longueur $l >> R$, parcouru par un courant variable uniformément réparti dans son volume.



Exemple 3 : soit un solénoide infini parcouru par un courant variable $I(t)$.



III. **Les équations intégrales**

Théorème de Gauss:

Flux du champ magnétique:

Théorème d'Ampère généralisé:

Loi de faraday:

IV. **Approximation des régimes quasi stationnaires ou quasi permanents**

On considère un champ électromagnétique de variation spatiale typique l et de variation temporelle typique τ. Autrement dit, pour mesurer une variation significative du champ, il faut se déplacer de la distance l ou attendre le temps τ. On note c la vitesse de propagation du champ. On a $l \approx$

1. *Définition:* dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires ou quasi permanents (ARQS), les phénomènes de propagation des champs sont négligeables.

Cela signifie que le temps de propagation de l'onde τ est petit devant sa période T

ou que la distance d sur laquelle l'onde se propage est petite devant la longueur d'onde λ.

Exemple: ordres de grandeur en TP d'électrocinétique:

Domaine de fréquences pour lesquelles on est dans l'ARQS:

Exemple: étude du câble coaxial:

2. *ARQS magnétique:* d'après l'équation de Maxwell Ampère, un champ magnétique est créé par:

En ARQS magnétique on suppose que les courants de déplacement sont négligeables par rapport aux courants de conduction:

Conséquence: en ARQS magnétique les équations de Maxwell et l'équation de conservation de la charge s'écrivent:

V. **Point de vue énergétique**

Définition	Expression	Unité	Utilisation
Densité volumique d'énergie électrique		$J.m^{-3}$	on en déduit l'énergie électrique dans un volume V à l'instant t par le calcul d'intégrale:
Densité volumique d'énergie magnétique		$J.m^{-3}$	on en déduit l'énergie magnétique dans un volume V à l'instant t par le calcul de l'intégrale:
Vecteur de Poynting		$W.m^{-2}$	on en déduit la puissance rayonnée par le champ électromagnétique à travers une surface par le calcul de l'intégrale:
Puissance volumique cédée par le champ électrique aux charges		$W.m^{-3}$	on en déduit la puissance cédée par le champ électrique à la matière par le calcul de l'intégrale:

Remarque 1: l'intensité lumineuse en un point M est égale à la valeur moyenne temporelle de la norme du vecteur de Poynting soit:

Remarque 2: Bilan d'énergie électromagnétique sous forme locale:

On utilise $div(\overrightarrow{E}\Lambda\overrightarrow{B}) = \overrightarrow{B}.\overrightarrow{\text{rot}}\overrightarrow{E} - \overrightarrow{E}.\overrightarrow{\text{rot}}\overrightarrow{B}$.