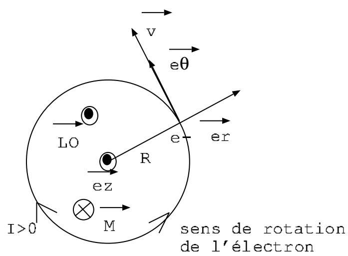
TD dipôle magnétique

I. Estimation de la taille du noyau terrestre

1.

1.a. Le moment cinétique est $\overrightarrow{L} = \overrightarrow{OM}\Lambda m\overrightarrow{v} = R\overrightarrow{e_r}\Lambda mv\overrightarrow{e_\theta} = mvR\overrightarrow{e_z}$.



1.b. L'intensité s'écrit $I = \dfrac{dq}{dt}$ où dq est la charge qui traverse la section du fil pendant dt. Ici la charge $-e$ passe tous les temps $T = \dfrac{2\pi R}{v}$ (T est la période du mouvement). On a donc $I = \dfrac{e}{T} = \dfrac{ve}{2\pi R}$ (le courant I est pris positif dans l'énoncé, sur le schéma, ce courant circule dans le sens inverse de déplacement de l'électron).

Le moment magnétique est orienté par I avec la règle de la main droite. Le courant est dans le sens inverse du mouvement de l'électron donc le moment est selon $-\overrightarrow{e_z}$, il s'écrit $\overrightarrow{M} = -I\pi R^2\overrightarrow{e_z} = -\dfrac{veR}{2}\overrightarrow{e_z}$ où πR^2 est la surface de la boucle de courant I.

On a donc la relation $\overrightarrow{M} = -\dfrac{e}{2m}\overrightarrow{L_0}$.

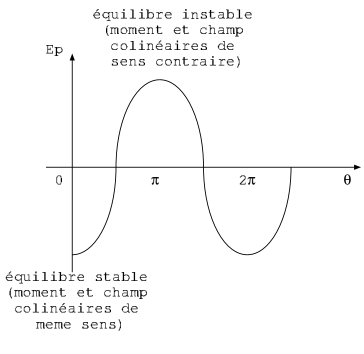
1.c. Le moment cinétique est quantifié selon $L_O = n\hbar$ donc le moment magnétique est quantifié aussi selon $M = \dfrac{e}{2m}L_O = n\dfrac{e\hbar}{2m} = n\mu_B$ avec $\mu_B = \dfrac{e\hbar}{2m_e}$. AN: $\mu_B = 8,8.10^{-24}\ A.m^2$.

2. Le nombre d'atomes qui contribuent à l'aimantation est $N = \dfrac{\mathcal{M}}{\mu_B}$.

3. $V = \dfrac{m}{\rho} = \dfrac{nM}{\rho} = \dfrac{NM}{\rho N_a} = \dfrac{4\pi R^3}{3}$. On en déduit R. Le rayon trouvé est plus faible que le rayon du noyau, cela signifie que tous les atomes du noyau ne participent pas à l'aimantation du noyau.

II. Méthode des oscillations

1.



2. On applique le TMC au petit aimant qui subit le couple $\overrightarrow{\Gamma} = \overrightarrow{M}\Lambda\overrightarrow{B_T} = M(\cos\theta\overrightarrow{e_x} + \sin\theta\overrightarrow{e_y})\Lambda B_T\overrightarrow{e_x} = -MB_T\sin\theta\overrightarrow{e_z}$ soit $J\ddot{\theta}\overrightarrow{e_z} = -MB_T\sin\theta\overrightarrow{e_z}$ et donc $\ddot{\theta} + \dfrac{MB_T}{J}\sin\theta = 0$.

Pour des petites oscillations, l'angle θ est petit, l'équation devient $\ddot{\theta} + \dfrac{MB_T}{J}\theta = 0$. On reconnaît un OH de pulsation propre $\omega_0 = \sqrt{fracMB_TJ}$ soit de période $T_0 = \dfrac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\dfrac{J}{MB_T}}$.

Pour trouver B_T, il faut connaître le moment magnétique M et le moment d'inertie J du petit aimant.

3. On applique le résultat précédent avec $B = B_T + B_0$ et $B = B_T - B_0$ soit on obtient les périodes des petites oscillations respectives: $T' = 2\pi\sqrt{\dfrac{J}{M(B_T + B_0)}}$ et $T'' = 2\pi\sqrt{\dfrac{J}{M(B_T - B_0)}}$.

3.a. On peut produire un champ magnétique homogène à l'aide d'un aimant en U: dans le U le champ est uniforme du pôle nord vers le pôle sud ou à l'aide d'un solénoide: le champ magnétique est orienté par la règle de la main droite à partir du sens du courant dans le solénoide.

3.b. On a donc $(\dfrac{T'}{T''})^2 = \dfrac{B_T - B_0}{B_T + B_0}$ d'où $B_T = B_0\dfrac{T'^2 - T^2}{T'^2 + T^2}$. Avec cette façon de procéder, on n'a pas besoin de connaître les caractéristiques du petit aimant pour trouver le champ magnétique terrestre.

III. Champ magnétique terrestre

1. $\overrightarrow{M}.\overrightarrow{OM} = Mr\cos\theta = Mr\sin\lambda$

$\overrightarrow{M} = M(\cos\theta\overrightarrow{e_r} - \sin\theta\overrightarrow{e_\theta}))$

On remplace dans l'expression donnée et on obtient $\overrightarrow{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{3r\overrightarrow{e_r}(Mr\cos\theta) - r^2(M(\cos\theta\overrightarrow{e_r} - \sin\theta\overrightarrow{e_\theta})}{r^5} = \dfrac{\mu_0 M}{4\pi r^3}(2\cos\theta\overrightarrow{e_r} + \sin\theta\overrightarrow{e_\theta})$.

A la surface de la Terre, on remplace r par R_T.

2. $\mathcal{M} < 0$, en effet le pôle sud géographique est un pôle nord magnétique et le pôle nord géographique est un pôle sud magnétique.

A l'équateur $\theta = \pi/2$ donc $B_E = \dfrac{\mu_0|M_0|}{4\pi R_T^3}$ soit $M_0 = -\dfrac{B_E 4\pi R_T^3}{\mu_0} = -7,9.10^{22}\ A.m^2$.

Aux pôles on a $\theta = 0$ ou π, $B_P = \dfrac{2\mu_0 M}{4\pi R_T^3} = 2B_E$

IV. Aimant placé au centre d'une bobine

1. Tous les plans passant par l'axe OM sont des plans P^- donc le champ magnétique en M appartient à tous ces plans donc $\overrightarrow{B}(M)$ est selon $\overrightarrow{e_x}$.

Les points $M(x)$ et $M'(-x)$ sont symétriques par rapport au plan Oyz qui contient la spire, donc en ces deux points les champs magnétiques sont antisymétriques par rapport à ce plan. On fait un schéma et on en déduit que $\overrightarrow{B}(-x) = \overrightarrow{B}(x)$ (la fonction $B(x)$ est pair, c'est d'ailleurs ce que l'on vérifie sur la fonction $B(x)$ donnée dans l'énoncé).

La champ magnétique est maximal au centre de la spire, il vaut $B(x=0) = \dfrac{\mu_0 I}{2R}$.

2. On note θ l'angle entre $\overrightarrow{B}$ et $\overrightarrow{M}$, l'énergie potentielle du dipole s'écrit $E_p = -MB\cos\theta$.

Cette énergie potentielle est minimale pour $\theta = 0$, le moment magnétique est colinéaire et de même sens que $\overrightarrow{B}$: c'est la position d'équilibre stable.

Cette énergie potentielle est maximale pour $\theta = \pi$, le moment magnétique est colinéaire et de sens opposé à $\overrightarrow{B}$: c'est la position d'équilibre instable.

3. Le champ magnétique au centre de la bobine est $\overrightarrow{B_b} = \frac{\mu_0 NI}{2R}$. Le moment magnétique de l'aimant s'oriente dans la direction et le sens du champ magnétique présent au centre de la bobine.

Quand il n'y a pas de courant, le moment magnétique s'oriente selon $\overrightarrow{B_h}$.

Quand il y a un courant, le moment magnétique s'oriente selon $\overrightarrow{B} = \overrightarrow{B_h} + \overrightarrow{B_b}$.

D'après le schéma on a $\tan\alpha = \dfrac{B_b}{B_h}$ donc $B_h = \dfrac{B_b}{\tan\alpha} = \dfrac{\mu_0 NI}{2R\tan\alpha}$.