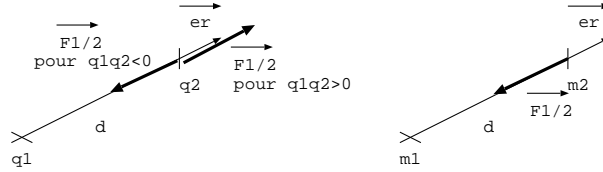


# Correction DS 8 de physique

## I. Estimation de la température du soleil

1. La masse volumique du soleil pour une répartition uniforme s'écrit:  $\rho_S = \frac{3M_S}{4\pi R_S^3}$ .
- 2.



La force exercée par  $q_1$  sur  $q_2$  s'écrit  $\vec{F}_{1/2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 d^2} \vec{e}_r$ .

3. La force exercée par  $m_1$  sur  $m_2$  s'écrit  $\vec{F}_{1/2} = \frac{-\mathcal{G}m_1 m_2}{d^2} \vec{e}_r$ .

On peut donc faire une analogie dans laquelle: la charge a pour équivalent la masse, le champ électrique a pour équivalent le champ gravitationnel et donc la constante  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$  a pour équivalent  $\mathcal{G}$ .

Ainsi le théorème de Gauss en électrostatique  $\iint \vec{E} \cdot dS \vec{n} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$  devient en gravitation  $\iint \vec{G} \cdot dS \vec{n} = -4\pi\mathcal{G}m_{int}$ .

Le flux sortant du champ gravitationnel à travers une surface fermée est égal à la masse intérieure contenue dans le volume délimité par cette surface multipliée par  $-4\pi\mathcal{G}$ .

4. Il y a invariance par rotation autour de tout axe passant par  $O$  donc le champ de gravitation ne dépend ni de  $\theta$ , ni de  $\phi$ .

$M$  appartient aux plans  $P^+(M, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$  et  $P^+(M, \vec{e}_r, \vec{e}_\phi)$  donc le champ de gravitation en  $M$  est contenue à l'intersection de ces plans, il est donc selon  $\vec{e}_r$ .

On a donc  $\vec{g}_S^{\rightarrow}(M) = g_S(r) \vec{e}_r^{\rightarrow}$ .

5. On choisit pour surface de Gauss, une sphère de rayon  $r = OM$ , le vecteur unitaire normal à la sphère en tout point est  $\vec{n} = \vec{e}_r^{\rightarrow}$ . Le flux du champ de gravitation à travers cette sphère est  $\phi = \iint g_S(r) \vec{e}_r^{\rightarrow} \cdot dS \vec{e}_r^{\rightarrow} = g_S(r) \iint dS = g_S(r) 4\pi r^2$ .

La masse intérieure contenue dans cette sphère pour  $r < R_s$  est  $m_{int} = \rho_s \frac{4}{3} \pi r^3$ .

On a donc  $g_S(r) 4\pi r^2 = -4\pi\mathcal{G}\rho_s \frac{4}{3} \pi r^3$  soit  $g_S(r) = -\mathcal{G}\rho_s \frac{4}{3} \pi r$ .

La masse intérieure contenue dans cette sphère pour  $r > R_s$  est  $m_{int} = \rho_s \frac{4}{3} \pi R_s^3$ .

On a donc  $g_S(r) 4\pi r^2 = -4\pi\mathcal{G}\rho_s \frac{4}{3} \pi R_s^3$  soit  $g_S(r) = -\mathcal{G}\rho_s \frac{4\pi R_s^3}{3r^2}$ .

6.  $-\overrightarrow{\text{grad}}P$  est la force de pression volumique qui s'exerce sur la particule fluide.

$\rho \vec{g}$  désigne la force gravitationnelle volumique.

Le terme  $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{v}$  désigne l'accélération de la particule fluide.

7. Lorsque la particule fluide est au repos, son accélération est nulle soit  $\overrightarrow{\text{grad}}P = \rho_s \vec{g}_S^{\rightarrow}(r) = -\mathcal{G}\rho_s^2 \frac{4}{3} \pi r \vec{e}_r^{\rightarrow}$ .

8. On projette l'équation précédente sur  $\vec{e}_\theta$ , on a  $\frac{\partial P}{\partial \theta} = 0$  donc  $P$  ne dépend pas de  $\theta$ .

On projette l'équation précédente sur  $\vec{e}_\phi$ , on a  $\frac{\partial P}{\partial \phi} = 0$  donc  $P$  ne dépend pas de  $\phi$ .

On projette l'équation précédente sur  $\vec{e}_r$ , on a  $\frac{dP}{dr} = -\mathcal{G}\rho_s^2 \frac{4}{3} \pi r$  soit  $P(r) = -\mathcal{G}\rho_s^2 \frac{2}{3} \pi r^2 + A$  avec  $P(R_s) =$

$$0 = -\mathcal{G}\rho_s^2 \frac{2}{3}\pi R_s^2 + A \text{ d'où } A = \mathcal{G}\rho_s^2 \frac{2}{3}\pi R_s^2.$$

On a donc  $P(r) = -\mathcal{G}\rho_s^2 \frac{2}{3}\pi(r^2 - R_s^2)$  et la pression au centre du soleil est  $P_0 = P(0) = +\mathcal{G}\rho_s^2 \frac{2}{3}\pi R_s^2 = 1,4 \cdot 10^{14} \text{ Pa}$ .

9. Le soleil est composé pour moitié d'électrons de masse  $m_e$  et de protons de masse  $m_p$ . La masse molaire est donc  $\mathcal{M} = \frac{1}{2}m_e\mathcal{N}_a + \frac{1}{2}m_p\mathcal{N}_a \approx \frac{1}{2}m_p\mathcal{N}_a = 5,1 \cdot 10^{-4} \text{ kg.mol}^{-1}$  car  $m_p = 1000m_e$ .

Pour un gaz parfait on a  $PV = nRT$  ou encore  $P = \frac{\rho RT}{M}$  soit ici  $P = \frac{\rho_s RT}{\mathcal{M}}$ .

10. On a donc  $T(r) = \frac{MP}{R\rho_s} = -\frac{\mathcal{M}\mathcal{G}\rho_s 2\pi}{3R}(r^2 - R_s^2)$ .

La photosphère s'étend de  $R_s - h$  à  $R_s$ , la température est d'autant plus élevée que l'on est proche du centre du soleil donc c'est la couche interne de la photosphère qui se trouve à la température la plus élevée soit  $T_{max} = T(r = R_s - h) = -\frac{\mathcal{M}\mathcal{G}\rho_s 2\pi}{3R}((R_s - h)^2 - R_s^2) = 6720 \text{ K}$  (on a pris  $\rho_s = \frac{M_s}{\frac{4}{3}\pi R_s^3} = 1400 \text{ kg.m}^{-3}$  c'est un gaz qui a une masse volumique de l'ordre de grandeur de la masse volumique d'une phase liquide ou solide car ce gaz est très dense.)

11. L'hypothèse  $H_1$  selon laquelle la masse volumique est uniforme n'est pas valide car la pression au centre du soleil est de  $10^{14} \text{ Pa}$  et est nulle à la surface.

L'hypothèse  $H_2$  selon laquelle les particules fluide ne se déplacent pas n'est pas valide non plus car il y a un fort gradient de température donc les mouvements de convection sont très importants (la diffusion y est négligeable).

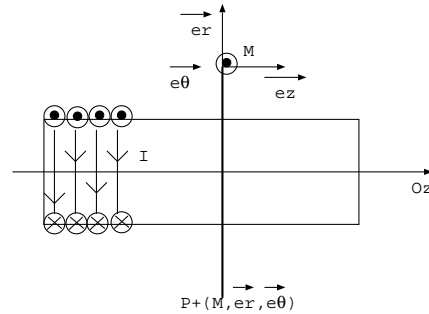
L'hypothèse  $H_3$  selon laquelle le gaz est assimilé à un gaz parfait n'est pas valide non plus car dans un gaz parfait on néglige les interactions entre les particules, ce qui est le cas dans un gaz très dilué, ici le gaz est extrêmement dense donc les particules interagissent beaucoup.

## II. Solénoïde

1. L'approximation d'un solénoïde infini est légitime lorsque  $a \ll l$ .

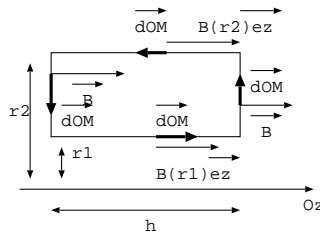
2. Il y a invariance par rotation autour de  $Oz$  et par translation selon  $Oz$  donc  $B(M) = B(r)$ .

$M$  appartient au plan  $P^+(M, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$  donc  $\vec{B}(M)$  est perpendiculaire à ce plan donc  $\vec{B}(M)$  est selon  $Oz$ .  
On a donc  $\vec{B}(M) = B(r)\vec{e}_z$ .



On a donc  $\vec{B}(M) = B(r)\vec{e}_z$ .

3. On choisit pour contour d'Ampère un rectangle dans un plan passant par  $Oz$ .



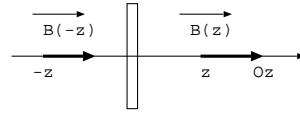
$$\text{On a } C = \int B(r_1)\vec{e}_z \cdot d\vec{l}\vec{e}_z + \int B(r_2)\vec{e}_z \cdot d\vec{l}(-\vec{e}_z) = B(r_1)l - B(r_2)l.$$

4. Pour montrer que le champ magnétique est uniforme à l'extérieur du solénoïde, on choisit un contour à l'extérieur du solénoïde soit  $a < r_1 < r_2$ . Il n'y a aucun courant enlacé donc d'après le théorème d'Ampère:  $C = (B(r_1) - B(r_2))l = \mu_0 I_{enlace} = 0$  soit  $B(r_1) = B(r_2)$  donc  $B$  est uniforme à l'extérieur du solénoïde.

5. On choisit un contour à cheval sur le solénoïde soit  $r_1 < a < r_2$ , on compte donc  $+NI$  courants enlacés d'où d'après le théorème d'Ampère:  $C = (B(r_1) - B(r_2))l = \mu_0 I_{enlace} = \mu_0 NI$  avec  $B(r_1) = B_{int}$  et  $B(r_2) = B_{ext} = 0$  donc  $B_{int} = \frac{\mu_0 NI}{l}$ .

6.  $M$  appartient au plan  $P^-(M, \vec{e}_z, \vec{e}_x)$  et  $P^-(M, \vec{e}_z, \vec{e}_y)$  donc  $\vec{B}(M)$  appartient à ces deux plans donc  $\vec{B}(M)$  est selon  $Oz$ .

7. Le plan d'équation  $z = 0$  (c'est le plan  $Oxy$ ) est un plan  $P^+$  pour les courants donc en deux points symétriques par rapport à ce plan les champs magnétiques sont antisymétriques soit d'après le schéma on a  $\vec{B}(-z) = -\vec{B}(z)$ .



8. Le champ magnétique est maximal au centre de la bobine en  $z = 0$  soit  $B_{zmax} = \frac{\mu_0 NI}{2a}$ .

On résout  $B(z) = \frac{B_{zmax}}{2}$  soit  $B_z(z) = \frac{\mu_0 NI a^2}{2(z^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 NI a^2}{4a^3}$  d'où  $(z^2 + a^2)^{3/2} = 2a^3$  ou encore  $z^2 + a^2 = 2^{2/3} a^2$  soit  $z = \pm a \sqrt{2^{2/3} - 1}$ .

9. Sur les cartes de champ, les lignes de champ coupent les plans  $P^+$  perpendiculairement et sont contenues dans les plans  $P^-$ . Les lignes de champ sont symétriques par rapport aux plans  $P^-$  et antisymétriques par rapport aux plans  $P^+$ .

10. Les lignes de champ se resserrent lorsque la norme du champ magnétique est plus grande et s'éloignent lorsque la norme du champ magnétique est plus faible. Ici on voit donc que le champ magnétique est plus intense à l'intérieur du solénoïde. Cette propriété vient de l'équation de Maxwell flux  $\text{div} \vec{B} = 0$  qui conduit à l'équation intégrale selon laquelle le flux du champ magnétique à travers une surface fermée est nul.

### III. Approximation dipolaire

1. Dans la molécule  $HCl$ , le chlore est plus électronégatif que l'hydrogène donc il attire à lui les électrons de la liaison et le chlore porte une charge négative et l'hydrogène une charge positive. Il apparaît un moment dipolaire dirigé du chlore vers l'hydrogène.

D'après le schéma de l'énoncé on a  $\vec{NP} = a\vec{e}_z$  d'où  $\vec{p}_1 = aq\vec{U}_z$ .

2. L'approximation dipolaire consiste à chercher le champ lointain soit  $r \gg a$ , on fait des DL à l'ordre le plus bas non nul en  $a/r$ .

On applique le théorème de superposition:  $V_1(M) = V_P(M) + V_N(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 PM} + \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 NM}$ .

On a  $PM^2 = (\vec{PO} + \vec{OM})^2 = PO^2 + OM^2 + 2\vec{PO} \cdot \vec{OM} = \frac{a^2}{4} + r^2 + 2\frac{a}{2}r \cos(\pi - \theta) = r^2(1 - \frac{a}{r} \cos \theta + \frac{a^2}{4r^2})$ .

On en déduit  $\frac{1}{PM} = \frac{1}{r}(1 - \frac{a}{r} \cos \theta + \frac{a^2}{4r^2})^{-1/2} \approx \frac{1}{r}(1 + \frac{a}{2r} \cos \theta)$  dans l'approximation dipolaire on fait une observation lointaine du champ soit  $r \gg a$  et on fait des DL à l'ordre le plus bas non nul en  $\frac{a}{r}$ .

De la même façon on obtient  $\frac{1}{NM} \approx \frac{1}{r}(1 - \frac{a}{2r} \cos \theta)$ .

On remplace dans l'expression du potentiel et on a  $V_1(M) = \frac{qa \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{p_1 \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ .

On a  $V_1(r, \theta) = -V_1(r, \pi - \theta)$ : effectivement les points  $M(r, \theta)$  et  $M'(r, \pi - \theta)$  sont symétriques par rapport au plan  $P^-(Oxy)$ . Or en deux points symétriques par rapport à un plan  $P^-$  les potentiels sont opposés.

$V_1$  ne dépend pas de  $\phi$  car il y a invariance par rotation autour de  $Oz$ .

3. On trouve le champ électrique en appliquant  $\vec{E}_1(M) = -\vec{\text{grad}}V_1(M) = \frac{\partial}{\partial r}(\frac{p_1 \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2})\vec{U}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\frac{p_1 \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2})\vec{U}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi}(\frac{p_1 \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2})\vec{U}_\phi = \frac{p_1}{4\pi\epsilon_0 r^3}(2 \cos \theta \vec{U}_r + \sin \theta \vec{U}_\theta)$ .

4.

4.a. Dans les questions précédentes on a calculé le champ électrique créé par le dipôle  $\vec{p} = p_1 \vec{e}_z$ . Et dans cette question on cherche le champ magnétique créé par le dipôle  $\vec{M} = M_0 \vec{e}_z$ .

On utilise les résultats précédents en changeant le champ électrique en champ magnétique, en changeant  $\frac{1}{\epsilon_0}$  en  $\mu_0$  et en changeant  $p_1$  en  $M_0$ . On a donc le champ magnétique créé par le dipôle  $\vec{M}$ :  $\vec{B} = \frac{M_0 \mu_0}{4\pi r^3}(2 \cos \theta \vec{U}_r + \sin \theta \vec{U}_\theta)$ . A la surface de la Terre on remplace  $r$  par  $R_T$ .

4.b. L'énoncé dit que le champ magnétique à l'équateur est dirigé vers le pôle nord or les lignes de champ magnétiques vont du pôle nord d'un aimant vers le pôle sud donc le pôle nord magnétique est le pôle sud géographique et le pôle sud magnétique est le pôle nord géographique. Soit  $M = M_0 \vec{e}_z$  avec  $M_0 < 0$ .

On applique l'expression du champ magnétique trouvée précédemment avec  $\theta = \pi/2$  à l'équateur,  $\theta = 0$  au pôle nord géographique et  $\theta = \pi$  au pôle sud géographique.

Soit à l'équateur:  $\vec{B}_E = \frac{M_0 \mu_0}{4\pi R_T^3} \vec{U}_\theta (\theta = \pi/2) =$

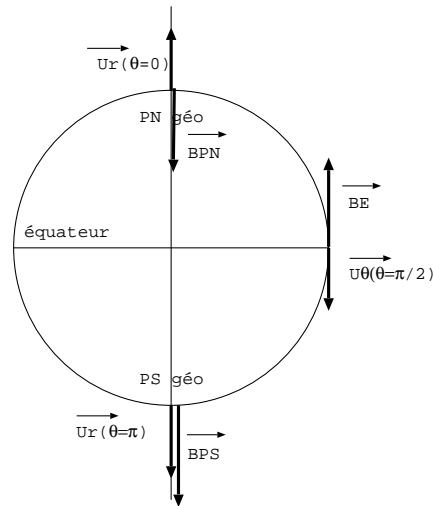
$\frac{-|M_0| \mu_0}{4\pi R_T^3} \vec{U}_\theta (\theta = \pi/2)$  avec  $M_0 < 0$  donc  $M_0 = -|M_0|$ .

Soit au pôle nord:  $\vec{B}_{PN} = \frac{M_0 \mu_0}{4\pi R_T^3} (2\vec{U}_r (\theta = 0) =$

$\frac{-|M_0| \mu_0}{4\pi R_T^3} (2\vec{U}_r (\theta = 0))$

Soit au pôle sud:  $\vec{B}_{PS} = \frac{M_0 \mu_0}{4\pi R_T^3} (-2\vec{U}_r (\theta = \pi) =$

$\frac{-|M_0| \mu_0}{4\pi R_T^3} (-2\vec{U}_r (\theta = \pi))$



D'après les expressions on voit qu'en norme le champ aux pôles est deux fois plus grand que le champ à l'équateur soit  $B_P = 2B_E = 60 \mu T$ .