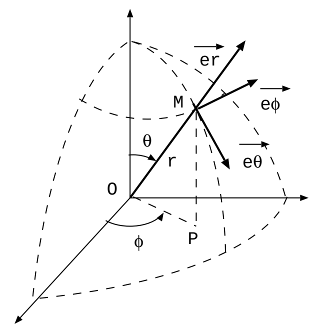
DS 8 de physique

Le sujet comprend trois exercices indépendants. Numérotez les pages. Justifiez et encadrez tous les résultats.

I. **Estimation de la température du soleil**

On se propose de retrouver l'ordre de grandeur de la température du Soleil par un modèle thermodynamique. Le Soleil est assimilé à une sphère de rayon R_S, de centre O et de masse m_S. La masse volumique est supposée constante et égale à la masse volumique moyenne ρ_S: c'est l'hypothèse notée $H1$. On utilise les coordonnées sphériques.



Données:

Rayon du soleil: $R_S = 7,0.10^8\ m$

Masse du soleil: $M_s = 2,0.10^{30}\ kg$

constante de gravitation universelle:
$\mathcal{G} = 6,7.10^{-11}\ SI$

constante d'Avogadro: $\mathcal{N}_a = 6,0.10^{23}\ mol^{-1}$

Masse d'un proton H^+: $m_p = 1,7.10^{-27}\ kg$

Masse d'un électron: $m_e = 9,1.10^{-31}\ kg$

Constante des gaz parfaits: $R = 8,31\ SI$

1. Exprimer la masse volumique ρ_S en fonction de M_S et R_S.

2. Soit deux particules supposées ponctuelles positionnées aux points M_1 et M_2, portant respectivement les charges q_1 et q_2. On note d, la distance entre M_1 et M_2. Rappeler l'expression de la force d'interaction électrostatique créée par q_1 et q_2. Proposer un schéma associé.

3. Par une analogie formelle soignée entre les champs électrostatique et gravitationnel, construire et énoncer le théorème de Gauss gravitationnel (analogue en gravitation du théorème de Gauss de l'électrostatique).

4. Montrer par des considérations d'invariances et de symétries que l'expression du champ de gravitation $\overrightarrow{g_S}(M)$ créé par le soleil à une distance r de son centre se met sous la forme $\overrightarrow{g_s}(r) = g_s(r)\overrightarrow{e_r}$.

5. Utiliser le théorème de Gauss gravitationnel pour déterminer l'expression de $g_S(r)$ pour $r < R_s$ et pour $r > R_s$ en fonction de $\mathcal{G}$, ρ_S et r.

On s'intéresse à un volume mésoscopique du Soleil, centré en un point M situé à la distance r du centre O, dont la vitesse est notée $\overrightarrow{v}$ dans le référentiel héliocentrique galiléen et dont la pression est $P(M)$. On néglige la viscosité. On donne l'équation d'Euler: $\rho(\frac{\partial \overrightarrow{v}}{\partial t} + (\overrightarrow{v}.\overrightarrow{\text{grad}})\overrightarrow{v}) = -\overrightarrow{\text{grad}}P + \rho\overrightarrow{g}$

6. Donner la signification de chacun des termes.

Pour simplifier l'étude, le fluide constituant le soleil est supposé au repos. Ceci constitue l'hypothèse H_2.

7. Simplifier l'équation d'Euler pour montrer que la loi de la statique des fluides à l'intérieur du soleil s'écrit $\overrightarrow{\text{grad}}P = -\rho_S^2\mathcal{G}\frac{4}{3}\pi r\overrightarrow{e_r}$ équation (1).

On note P_O la pression au centre du soleil. L'expression du gradient en coordonnées sphériques est rappelée:
$\overrightarrow{\text{grad}}f = \frac{\partial f}{\partial r}\overrightarrow{e_r} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\overrightarrow{e_\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \phi}\overrightarrow{e_\phi}$

8. A partir de l'équation (1), déterminer l'expression de $P(r)$ en fonction de P_O, $\mathcal{G}$, r et ρ_S. En supposant que la pression à l'extérieur du Soleil est nulle $P(R_S) = 0$, déterminer l'expression de P_O.

Pour déterminer la température à l'intérieur du Soleil, celui-ci est considéré comme constitué d'un gaz parfait (hypothèse H_3) d'hydrogène totalement ionisé, mélange équimolaire de protons H^+ et d'électrons.

9. Justifier que la masse molaire moyenne du gaz vaut environ $\mathcal{M} = \frac{1}{2}m_p\mathcal{N}_a$. Faire l'application numérique. Quelle est la relation dans ce modèle entre $\mathcal{M}$ et la pression P, la température T, la constante des GP et la masse volumique ρ_S du soleil?

Extrait de Wikipédia sur La photosphère:

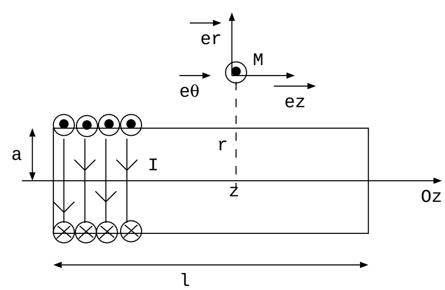
La photosphère est une des couches externes de l'étoile, dont le rayon externe correspond à la définition du rayon de l'étoile, et qui produit entre autres la lumière visible. La lumière qui y est produite contient toutes les informations sur la température du rayonnement émis, la gravité de surface et la composition chimique de l'étoile. Pour le Soleil, la photosphère a une profondeur d'environ 400 kilomètres

10. Déduire des questions précédentes l'expression de la température dans le Soleil $T(r)$ en fonction de ρ_S, $\mathcal{G}$, r, R_S, R et $\mathcal{M}$. Quelle est la partie la plus chaude de la photosphère ? En considérant que la lumière est produite sur la couche interne de la photosphère, calculer la température à laquelle est émis le rayonnement électromagnétique du Soleil.

11. D'après votre culture scientifique, discuter de la validité des hypothèses H_1 et H_2. Peut-on considérer un gaz de particules chargées comme un gaz parfait ? Discuter de la validité de l'hypothèse H_3. Que dire du modèle proposé ?

II. **Champ créé par un solénoïde**

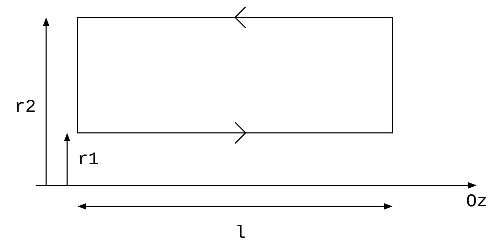
On considère un solénoïde de longueur l et d'axe de révolution Oz, comportant N spires circulaires jointives de rayon a, et parcourues par un courant d'intensité I. On suppose le solénoïde infini et on cherche à exprimer le champ magnétique $\overrightarrow{B}(M)$ en tout point M de l'espace, repéré par ses coordonnées cylindriques (r, θ, z). On admet que le champ magnétique est identiquement nul à l'extérieur du solénoïde.



1. Sous quelle(s) condition(s) l'approximation d'un solénoïde infini vous semble-t-elle légitime ?

2. En invoquant des arguments de symétrie et d'invariance de la distribution de courants, montrer que $\overrightarrow{B}(M) = B(r)\overrightarrow{e_z}$.

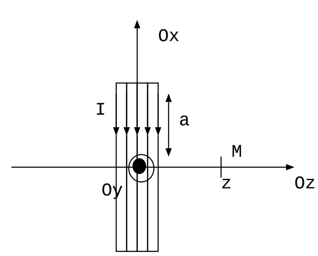
3. On choisit pour contour d'Ampère un contour d'Ampère de forme rectangulaire de longueur l selon Oz dont deux côtés sont à la distance r_1 et $r_2 > r_1$ de l'axe Oz. Exprimer la circulation du champ magnétique sur ce contour.



4. En utilisant le théorème d'Ampère et en précisant la position choisie pour le contour d'Ampère, montrer que le champ magnétique est uniforme à l'extérieur du solénoïde. On admet par la suite que le champ extérieur est nul.

5. En choisissant une autre position pour le contour d'Ampère, déterminer le champ magnétique à l'intérieur du solénoïde en fonction de l, N et I.

Intéressons-nous à présent au cas d'une bobine plate, constituée (pour simplifier) de N spires circulaires identiques, d'axe de révolution Oz et de rayon a, placées dans le plan $z = 0$ et parcourues par un courant d'intensité I. On considère un point M de l'axe Oz, de cote $z > 0$.



6. Préciser, en justifiant votre réponse, la direction du champ magnétique $\overrightarrow{B}$ au point M.

7. Que dire du plan d'équation Oxy? En déduire une relation simple entre $\overrightarrow{B}(-z)$ et $\overrightarrow{B}(z)$.

On donne l'expression du champ magnétique créé par la bobine plate au point M : $B_z(z) = \dfrac{\mu_0 N I a^2}{2(z^2 + a^2)^{3/2}}$.

8. Représenter l'allure de la fonction $B_z(z)$. Exprimer le champ magnétique maximal B_{zmax} et déterminer à quelle distance d_m de la spire le champ magnétique vaut $\dfrac{B_{zmax}}{2}$, en fonction de a.

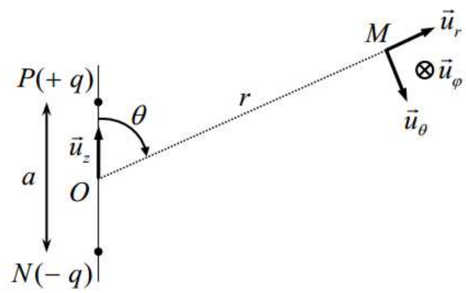
On donne sur la figure 5 les cartes de champ du solénoïde et de la bobine plate, simulées à l'aide du logiciel FEMM (Finite Element Method Magnetics).

9. Justifier les symétries et/ou antisymétries observées sur chacune de ces cartes de champ.

10. Sur la carte de champ du solénoïde, on remarque que les lignes de champ se resserrent au sein du solénoïde et qu'elles y sont approximativement parallèles. Que peut-on déduire de ces observations topologiques ? Quelle propriété, relative au flux du champ $\overrightarrow{B}$ permet de le confirmer.

III. **Approximation dipolaire**

On considère une molécule polaire située dans le vide, modélisée par un dipôle électrique rigide de moment dipolaire électrique permanent $\overrightarrow{p_1} = p_1\overrightarrow{U_z}$. Le dipôle, centré en un point O, est constitué de deux charges ponctuelles opposées, $+q$ et $-q$(avec $q > 0$), situées sur l'axe (Oz) aux points respectifs P et N distants de $a = PN$. On repère tout point M de l'espace par ses coordonnées sphériques (r, θ, ϕ) dans le repère $(O, \overrightarrow{U_r}, \overrightarrow{U_\theta}, \overrightarrow{U_\phi})$.



1. Expliquer, en prenant l'exemple de la molécule de chlorure d'hydrogène (HCl), l'origine du moment dipolaire permanent de certaines molécules. Donner l'expression en fonction de a et q du moment dipolaire électrique $\overrightarrow{p_1}$ de la molécule polaire.

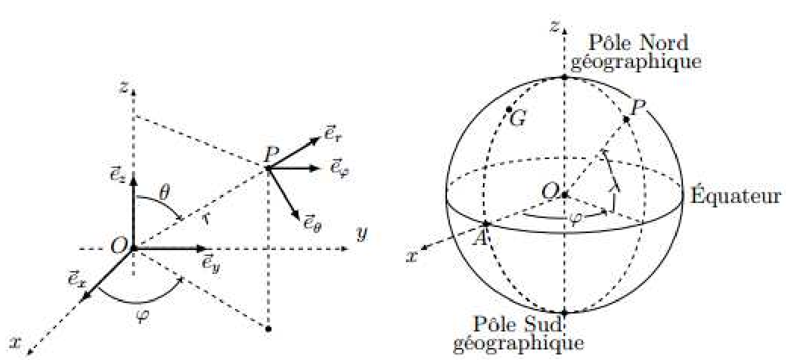
2. On se place dans cadre de l'approximation dipolaire. Préciser en quoi cela consiste. Montrer que le potentiel électrostatique $V_1(M)$ créé en M par la molécule polaire s'écrit $V_1(M) = \dfrac{p_1 \cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$. On rappelle que $(1+\epsilon)^{-1/2} \approx 1 - \dfrac{\epsilon}{2}$ pour $\epsilon << 1$.

Comparer $V_1(r, \theta)$ et $V_1(r, \pi - \theta)$. Commenter le résultat en vous appuyant sur les symétries.

Justifier le fait que V_1 ne dépende pas de ϕ.

3. En déduire que le champ électrostatique $\overrightarrow{E_1}(M)$ créé en M par la molécule polaire s'écrit en coordonnées sphériques $\overrightarrow{E_1}(M) = \dfrac{p_1}{4\pi\epsilon_0 r^3}(2\cos\theta\overrightarrow{U_r} + \sin\theta\overrightarrow{U_\theta})$.

4. On étudie un modèle de champ géomagnétique créé par un dipôle magnétique $\overrightarrow{\mathcal{M}} = \mathcal{M}_0\overrightarrow{e_z}$ disposé au centre O de la Terre (assimilée à une sphère de rayon R_T), l'axe (Oz) étant l'axe polaire géographique dirigé du pôle sud de cet axe vers son pôle nord. On rappelle d'une part qu'un point de la surface est caractérisé par ses coordonnées géographiques ϕ (longitude) et $\lambda = \dfrac{\pi}{2} - \theta$ (latitude) et d'autre part qu'à l'équateur le champ magnétique terrestre est horizontal, dirigé vers le pôle nord géographique et y a pour intensité $B_E = 30\ \mu T$. Données: $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}\ H.m^{-1}$ et $R_T = 6,4.10^3\ km$.



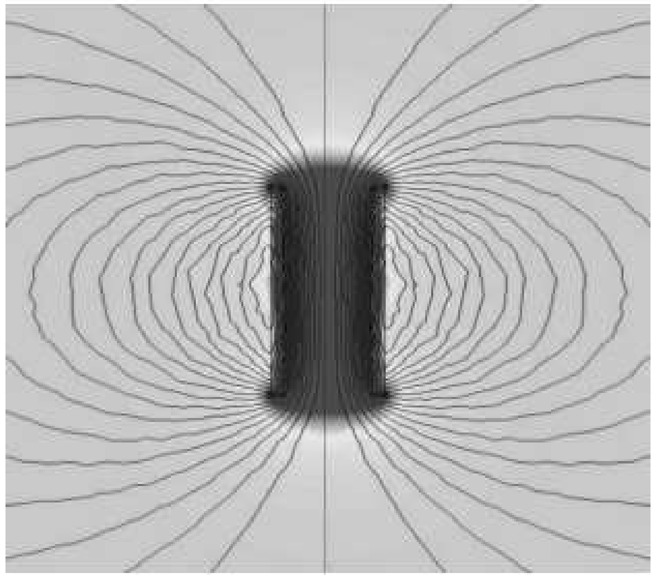
4.a. Exprimer, en un point de la surface de la Terre et en coordonnées sphériques, le champ géomagnétique en fonction de μ_0, $\mathcal{M}_0$ et R_T.

4.b. Préciser le signe de $\mathcal{M}_0$ puis estimer sa valeur numérique. Quelles sont la direction et l'intensité du champ géomagnétique aux pôles magnétiques nord et sud ?

NOM:

Annexe:

Carte de champ du solénoide:



Carte de champ de la bobine plate: