

I. Etude de la chute des gouttes de pluie (CCINP MP 2023)

1. La première loi de Newton donne la définition d'un référentiel galiléen:

Un référentiel galiléen est un référentiel privilégié dans lequel tout système isolé ou pseudo isolé est soit au repos soit en translation rectiligne uniforme.

Le poids de la goutte s'écrit $\frac{\rho 4\pi}{3} \left(\frac{D}{2}\right)^3 \vec{g} = \frac{\rho \pi D^3}{6} \vec{g}$.

2. D'après la seconde loi de Newton, une force est de l'unité de la masse fois une accélération soit en $kg.m.s^{-2}$.

$[c\pi\rho_a D^2 v^2] = kg.m^{-3}.m^2.m^2.s^{-2} = kg.m.s^{-2}$: la relation est homogène.

3. La goutte subit son poids et la force de frottements, la goutte atteint sa vitesse limite lorsque ces deux

forces se compensent soit $\frac{\pi D^3 g}{6} \vec{e}_z = c\pi\rho_a D^2 v_l^2 \vec{e}_z$ d'où la vitesse limite $v_l = \sqrt{\frac{\rho D g}{6\rho_a c}} \vec{e}_z$. Par identification

$$K = \sqrt{\frac{\rho g}{6\rho_a c}}$$

AN: $D = 1 mm$: $v_l = 4,6 m.s^{-1}$, $D = 3 mm$: $v_l = 7,9 m.s^{-1}$ et $D = 5 mm$: $v_l = 10,2 m.s^{-1}$

4. Le nombre de Reynolds est le rapport de l'effet convectif $\rho(\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{v}$ sur l'effet diffusif $\eta \Delta \vec{v}$.

Le nombre de Reynolds s'écrit $Re = \frac{\rho_a v_l D}{\eta_a}$ (ici on met la masse volumique de l'air et la viscosité de l'air car on étudie l'écoulement de l'air autour de la goutte d'eau).

AN: $D = 1 mm$: $Re = 590$, $D = 3 mm$: $Re = 3000$ et $D = 5 mm$: $Re = 6400$

Le modèle de la force de frottement proportionnelle au carré de la vitesse est valable pour des grands nombres de Reynolds, on observe ici que le nombre de Reynolds augmente avec le diamètre de la goutte, donc le modèle de la force de frottements est plus adapté pour des gouttes de grand diamètre.

Pour des grands diamètres le modèle est à remettre en cause car les gouttes de grand diamètre se déforment et ne sont plus des gouttes sphériques.

5. On applique la RFD à la platine qui est à l'équilibre sous l'action de son poids et de la force de rappel élastique avec ici $\vec{P} + Mg\vec{e}_z$ et $\vec{F}_r = k(l_e - l_0)\vec{e}_z$ (le ressort est comprimé donc $l_e - l_0 < 0$ et la force de rappel est vers le haut soit selon $-Oz$). Remarque: à l'équilibre la force de frottement est nulle puisque la platine est immobile.

On a donc $Mg + k(l_e - l_0) = 0$ et $l_e = l_0 - \frac{Mg}{k} < l_0$: le ressort est bien comprimé.

6. D'après les notations de l'énoncé, la longueur $l(t)$ du ressort s'écrit $l(t) = l_e - Z(t)$ et la force de rappel élastique est donc $\vec{F}_r = k(l(t) - l_0)\vec{e}_z = k(l_e - Z - l_0)\vec{e}_z = (-kZ + k(l_e - l_0))\vec{e}_z = (-kZ - Mg)\vec{e}_z$.

La platine subit son poids $M\vec{g}$, la force de frottement $-\lambda\dot{Z}\vec{e}_z$, la force de rappel élastique $(-kZ - Mg)\vec{e}_z$ et la force d'impact de la goutte $F(t)\vec{e}_z$.

On applique la RFD à la platine, en projection sur Oz on obtient: $M\ddot{Z} = Mg - \lambda\dot{Z} + (-kZ - Mg) + F(t)$

d'où l'équation différentielle $\ddot{Z} + \frac{\lambda}{M}\dot{Z} + \frac{k}{M}Z = \frac{F(t)}{M}$.

Par identification $\gamma = \frac{\lambda}{M}$ et $\beta = \frac{k}{M}$.

7. τ est la durée du choc de la goutte sur la platine: cela correspond au temps qui sépare l'instant où la tête de la goutte touche le plateau et l'instant où la queue de la goutte touche le plateau. En supposant que la vitesse est constante entre ces deux instants, on a $\tau = \frac{D}{v_l}$.

8.

8.a. On doit résoudre une équation différentielle correspondant à un oscillateur amorti par frottement fluide. On écrit l'équation caractéristique: $r^2 + \gamma r + \beta = 0$ et son discriminant $\Delta = \gamma^2 - 4\beta$. Le régime obtenu est:

- pseudo-périodique pour $\Delta < 0$

- apériodique pour $\Delta > 0$

- critique pour $\Delta = 0$

Le régime critique est celui qui correspond au retour à l'équilibre le plus rapide, c'est ce que l'on cherche ici. soit $\Delta = 0$ soit $\gamma^2 = 4\beta$.

8.b. $r = -\frac{\gamma}{2}$ est une racine double et la solution générale de l'équation différentielle s'écrit $Z_g(t) = (At + B)e^{-\gamma t/2}$.

La solution particulière est $Z_p(t) = \frac{F_0}{\beta M} = \frac{F_0}{k}$.

La solution est donc $Z(t) = (At + B)e^{-\gamma t/2} + \frac{F_0}{k}$ avec A et B déterminées par les CI:

$$Z(t=0) = 0 = B + \frac{F_0}{k}$$

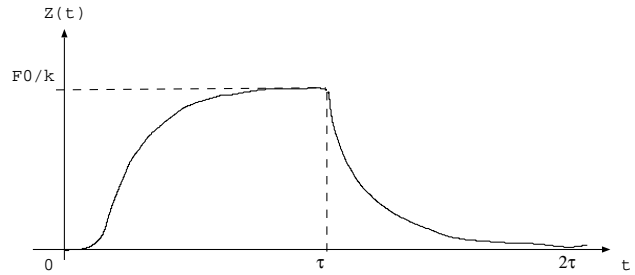
$$\dot{Z}(t=0) = 0 = \frac{-\gamma}{2}B + A \text{ soit } B = -\frac{F_0}{k} \text{ et } A = -\frac{F_0\gamma}{2k}.$$

$$\text{Soit } Z(t) = \frac{F_0}{k} \left[1 - \left(1 + \frac{\gamma t}{2} \right) e^{-\gamma t/2} \right].$$

8.c. On a donc $Z(\tau) = \frac{F_0}{k} \left[1 - \left(1 + \frac{\gamma\tau}{2} \right) e^{-\gamma\tau/2} \right] \approx \frac{F_0}{k}$ pour $e^{-\gamma\tau/2} \ll 1$ soit $\gamma\tau \gg 1$ ou encore $\gamma \gg \frac{1}{\tau}$.

On a $m = \frac{\rho\pi D^3}{6}$, $v_{lim} = K\sqrt{D}$ et $\tau = \xi \frac{D}{V_{lim}}$ soit en remplaçant dans $Z(\tau)$ on trouve: $Z(\tau) = \frac{F_0}{k} = \frac{mv_{lim}}{\tau k} = \frac{K^2\pi}{6\xi k} D^3$. Par identification $\alpha = 3$.

8.d. Pour $0 < t < \tau$, la courbe $Z(t)$ tend vers F_0/k , à l'instant initial $Z = 0$ et $\dot{Z} = 0$ (d'où la tangente horizontale). Pour $t > \tau$, on observe un régime critique et $Z(t)$ tend rapidement vers 0 puisque la force F est nulle.



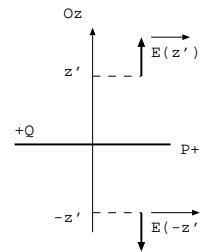
8.e. Pour $t = \tau$, on a Z proportionnel à D^3 , le coefficient de proportionnalité $\frac{\pi K^2}{6\xi k}$ ne dépend pas des gouttes. On peut donc procéder à un étalonnage de l'appareil pour mesurer le coefficient de proportionnalité puis utiliser déduire de la mesure de $Z(\tau)$ la valeur de D .

9. Les plans contenant les charges sont infinis selon Ox et Oy donc le champ électrique ne dépend pas de x et de y , il y a invariance par translation selon Ox et Oy .

Les plans $(M, \vec{e}_x, \vec{e}_z)$ et $(M, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ sont P^+ , donc le champ électrique en M appartient à ces plans, le champ est selon \vec{e}_z .

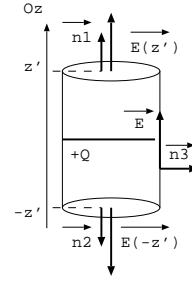
Soit $\vec{E}(M) = E(z)\vec{e}_z$.

Le plan $z = e/2$ qui porte la charge $+Q$ est un plan P^+ . En deux points symétriques par rapport à ce plan les champs électriques sont symétriques soit $\vec{E}(z') = -\vec{E}(-z')$.



10. On applique le théorème de Gauss selon lequel le flux sortant du champ électrique à travers une surface fermée est égale à la charge intérieure divisée par ϵ_0 .

On choisit pour surface de Gauss un cylindre (ou un parallélépipède) de section S compris entre les plans en $z' > 0$ et $-z'$. Le flux du champ électrique à travers cette surface fermée est: $\phi = \iint \vec{E}(M)dS\vec{n}(M) = E(z')S - E(-z')S + 0 = 2E(z')S$.



La charge intérieure à la surface de Gauss est $+Q$ soit en appliquant le théorème de Gauss: $\phi = \frac{+Q}{\epsilon_0} = 2E(z')S$ soit $\vec{E}(z') = +\frac{Q}{2\epsilon_0 S}\vec{e}_z$ et $\vec{E}(-z') = -\vec{E}(z') = -\frac{Q}{2\epsilon_0 S}\vec{e}_z$.

11. Le champ électrique créé par le plan de charge $+Q$ est: $\frac{Q}{2\epsilon_0 S}\vec{e}_z$ au dessus du plan et $-\frac{Q}{2\epsilon_0 S}\vec{e}_z$ au dessous du plan.

Le champ électrique créé par le plan de charge $-Q$ est: $-\frac{Q}{2\epsilon_0 S}\vec{e}_z$ au dessus du plan et $+\frac{Q}{2\epsilon_0 S}\vec{e}_z$ au dessous du plan.

On applique le théorème de superposition, le champ électrique créé par ces deux plans est la somme des champs électriques créés par chacun des plans soit:

$\vec{E} = \vec{0}$ à l'extérieur des électrodes et $\vec{E} = -2\frac{Q}{2\epsilon_0 S}\vec{e}_z$ entre les électrodes.

Dans le matériau piezoélectrique on remplace ϵ_0 par epsilon, soit $\vec{E} = -2\frac{Q}{2\epsilon S}\vec{e}_z$.

12. La tension entre les électrodes s'écrit $u(t) = V(z = +e/2) - V(z = -e/2) = \int_{+e/2}^{-e/2} \vec{E}d\vec{OM} = \int_{+e/2}^{-e/2} -\frac{Q}{\epsilon S}dz = \frac{Qe}{\epsilon S}$.

La charge $+Q$ est proportionnelle à la force $F(t)$, on peut donc écrire $Q = \alpha F(t) = \alpha m(D)\frac{v_l(D)}{\tau(D)} = \alpha\frac{\rho\pi D^3}{6}\frac{v_l(D)^2}{\xi D} = \alpha\frac{\rho\pi D^3}{6}\frac{K^2 D}{\xi D} = \alpha\frac{\rho\pi K^2}{6\xi}D^3$ (car $\tau = \frac{\xi D}{v_l}$ et $v_l = K\sqrt{D}$).

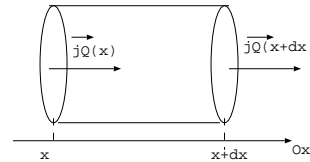
La tension $u(t)$ s'écrit donc $u(t) = \alpha\frac{\rho\pi K^2 e}{6\xi\epsilon S}D^3$, elle est donc proportionnelle à D^3 et permet la mesure de D .

II. Transport d'eau chaude pour le chauffage (banque PT 2023)

1. La loi de Fourier s'écrit $\vec{j}_Q = -\lambda\overrightarrow{\text{grad}T}$ où T est la température, λ , la conductivité thermique et \vec{j}_Q , le vecteur densité de courant thermique.

Cette loi traduit que la diffusion thermique se fait des fortes vers les faibles températures et que la diffusion est d'autant plus efficace que la conductivité est grande et que les différences de températures sont importantes.

2. Soit le système élémentaire compris entre z et $z + dz$. En régime stationnaire la puissance reçue est égale à la puissance perdue par le système soit $\phi(z) = \phi(z + dz)$, on en déduit que ϕ ne dépend pas de z .



3. Par définition on a $\phi = j_Q(z)S = -\lambda\frac{dT}{dz}S$ d'où $\frac{dT}{dz} = -\frac{\phi}{\lambda S}$ est une constante. La température s'écrit donc $T(z) = Az + B$. On détermine A et B avec les conditions aux limites: $T(z = 0) = T_0 = B$ et $T(z = l) = T_1 = Al + T_0$ soit $A = \frac{T_1 - T_0}{l}$.

On a donc $T(z) = \frac{T_1 - T_0}{l}z + T_0$.

On a également $\phi = -\lambda S \frac{dT}{dz} = -\lambda S \frac{T_1 - T_0}{l}$ ($\phi > 0$ pour $T_0 > T_1$ soit le flux thermique se fait selon $+Ox$, du chaud vers le froid et $\phi < 0$ pour $T_0 < T_1$ soit le flux thermique se fait selon $-Ox$, du chaud vers le froid).

4. En électricité la résistance est définie par la loi d'Ohm : $R = \frac{U}{i} = \frac{V_1 - V_2}{i}$, la tension $u = V_1 - V_2$ met en mouvement les charges.

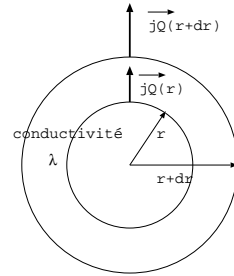
En diffusion thermique, l'analogie de la loi d'Ohm s'écrit $R_{th} = \frac{T_0 - T_1}{\phi}$, la différence de températures $T_0 - T_1$ crée le flux thermique.

On a donc $R_{th} = \frac{l}{\lambda S}$. La résistance mesure la capacité du matériau à s'opposer au passage d'un flux thermique, la résistance est d'autant plus grande que le matériau est isolant (faible conductivité λ) et que son épaisseur est faible (l petit).

5. La puissance thermique qui traverse le cylindre de rayon r s'écrit $\phi(r) = j_Q(r) 2\pi r l$.

6. Soit le système élémentaire compris entre les cylindres de rayons r et $r + dr$. En régime stationnaire la puissance reçue est égale à la puissance perdue par le système soit $\phi(r) = \phi(r + dr)$, on en déduit que ϕ ne dépend pas de r avec $\phi = j_Q(r) 2\pi r l = -\lambda \frac{dT}{dr} 2\pi r l$.

On en déduit $\phi = \frac{-2\pi\lambda l}{\ln(\frac{R_{max}}{R_{min}})} (T_{R_{max}} - T_{R_{min}})$.



On sépare les variables: $dT = -\frac{\phi}{2\pi r l} dr$ et on intègre:

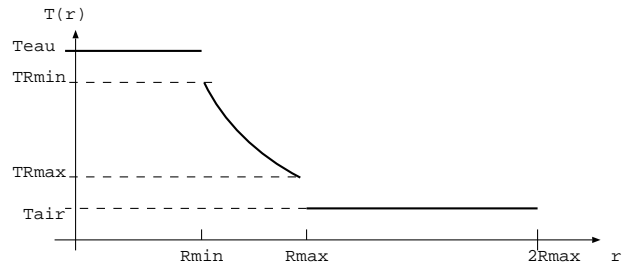
$$\int_{T_{R_{min}}}^{T_{R_{max}}} dT = \int_{R_{min}}^{R_{max}} \frac{-\phi}{2\pi r l} dr \text{ soit } T_{R_{max}} - T_{R_{min}} = \frac{-\phi}{2\pi l} \ln\left(\frac{R_{max}}{R_{min}}\right).$$

7. On en déduit la résistance thermique par $R_{th} = \frac{T_{R_{min}} - T_{R_{max}}}{\phi} = \frac{\ln(\frac{R_{max}}{R_{min}})}{2\pi\lambda l} = 4,58 \cdot 10^{-2} K \cdot W^{-1}$.

8. Dans l'eau la température est uniforme et égale à T_{eau} . La surface du tuyau au contact avec l'eau est à la température $T_{R_{min}}$ différente T_{eau} .

évolue de façon logarithmique.

Dans l'air la température est uniforme et égale à T_{air} . La surface du tuyau au contact avec l'air est à la température $T_{R_{max}}$ différente T_{air} .



Dans le matériau qui constitue le tuyau la température s'écrit $T(r)$, elle suit la loi qui découle de : $\phi = -\lambda 2\pi r l \frac{dT}{dr}$ est une constante. On a donc $\frac{dT}{dr} = -\frac{\phi}{2\pi r l}$ soit $T(r) = -\frac{\phi}{2\pi l} \ln r + C$: soit $T(r)$

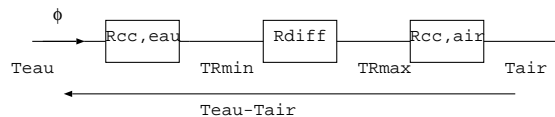
9. Dans le cas général, la résistance de conducto-convection est définie par analogie avec la loi d'Ohm selon $R_{cc} = \frac{T_s - T_f}{P} = \frac{1}{hS}$.

Pour la conducto-convection dans l'eau, en contact avec le cylindre de rayon R_{min} , on a $S = 2\pi R_{min} l$ soit $R_{cc,eau} = \frac{1}{h 2\pi R_{min} l} = 1,06 \cdot 10^{-2} K \cdot W^{-1}$.

Pour la conducto-convection dans l'air, en contact avec le cylindre de rayon R_{max} , on a $S = 2\pi R_{max} l$ soit $R_{cc,air} = \frac{1}{h' 2\pi R_{max} l} = 3,98 \cdot 10^{-2} K \cdot W^{-1}$.

10. Le modèle électrique équivalent est donnée ci-contre. On en déduit la résistance équivalente: $R_{eq} = R_{diff} + R_{cc,eau} + R_{cc,air} = 9,62 \cdot 10^{-2} K \cdot W^{-1}$

puis la conductance équivalente $G_{eq} = \frac{1}{R_{eq}} = 11 W \cdot K^{-1}$



11. Le débit volumique s'écrit $D_v = v\pi R_{min}^2$ soit $v = \frac{D_v}{\pi R_{min}^2} = 1,8 \text{ m.s}^{-1}$.

12. On applique le premier principe industriel à l'eau chaude entre x et $x + dx$.

La puissance utile est nulle car il n'y a pas de parties mobiles.

On néglige les variations d'énergie cinétique et d'énergie potentielle.

L'eau échange la puissance thermique avec l'air, selon la loi d'Ohm: $P_{th} = \frac{T_{eau}(x) - T_{air}}{R} = g_l dx (T_{eau}(x) - T_{air})$ (la portion de tuyau étudiée a pour longueur dx et pour conductance $g_l dx$).

On a donc $\rho D_v c (h(x + dx) - h(x)) = \rho D_v c (T_{eau}(x + dx) - T_{eau}(x)) = (T_{eau}(x) - T_{air}) g_l dx$ soit par un DL en dx petit: $\rho D_v c \frac{dT_{eau}}{dx} = (T_{eau}(x) - T_{air}) g_l dx$ ou encore $\frac{dT_{eau}}{dx} + \frac{g_l}{\rho D_v c} T_{eau} = \frac{g_l}{\rho D_v c} T_{air}$.

Par identification avec l'énoncé on a $\delta = \frac{\rho D_v c}{g}$, δ est homogène à une distance.

13. L'équation différentielle a pour solution particulière T_{air} et pour solution générale $Ae^{-x/\delta}$. On a donc $T_{eau}(x) = T_{air} + Ae^{-x/\delta}$ avec pour condition aux limites $T_{eau}(x = 0) = T_0 = T_{air} + A$ soit $T_{eau}(x) = T_{air} + (T_0 - T_{air})e^{-x/\delta}$.

AN: $\delta = 1,91.10^5 \text{ m}$

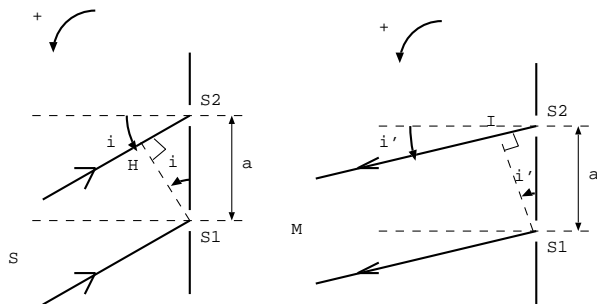
En été $T_{eau} = 345 \text{ K}$ et en hiver $T_{eau} = 342 \text{ K}$.

Evidemment en hiver, l'air extérieur est plus froid donc l'eau chaude dans le tuyau se refroidit un peu plus qu'en été mais l'écart de température à l'arrivée n'est pas très important en fonction de la saison. On constate que l'eau chaude arrive dans la capitale à 70^0C , elle convient donc parfaitement pour une utilisation de chauffage.

III. Etude du four à micro ondes (CCINP TPC 2020)

1. On applique $\lambda = \frac{c}{f} = 12,2 \text{ cm}$.

2.



une source.

Entre une source et une surface d'onde le chemin optique est constant soit $(SH) = (SS_1)$ et $(MI) = (MS_1)$.

$\delta(M) = (SS_2M) - (SS_1M) = (SH) + (HS_2) + (S_2I) + (IM) - (SS_1) - (S_1M) = (HS_2) + (S_2I) = HS_2 + S_2I = a \sin i + a \sin i'$.

On observe des interférences constructives (franges brillantes) pour $p = \frac{\delta}{\lambda}$ est un entier, on obtient donc

la formule des réseaux demandée: $\sin i'_p + \sin i = \frac{p\lambda}{a}$ où p est l'ordre d'interférences, c'est un entier relatif.

Par principe de retour inverse, M se comporte comme

3. Sur le document 3, on lit $6a = 12 \text{ cm}$ soit $a = 2 \text{ cm}$.

4. On a $\sin i$ et $\sin i'_p$ qui sont compris entre -1 et $+1$ donc $-2 \leq \sin i + \sin i'_p \leq +2$ soit $-2 \leq \frac{p\lambda}{a} \leq +2$ ou encore $-2\frac{a}{\lambda} \leq p \leq 2\frac{a}{\lambda}$ soit $-0,6 \leq p \leq +0,6$. Seul l'ordre 0 est possible.

Dans l'ordre 0, $\sin i' = -\sin i$ soit $i' = -i$. La porte du micro onde se comporte comme un miroir.

5. Dans le visible, $\lambda = 400 \text{ nm}$ pour le bleu et $\lambda = 800 \text{ nm}$ pour le rouge. On cherche, comme dans la question précédente, les ordres possibles pour une longueur d'onde moyenne $\lambda = 600 \text{ nm}$ soit $-2\frac{a}{\lambda} \leq p \leq 2\frac{a}{\lambda}$ soit $-66\ 666 \leq p \leq 66\ 666$. Il y a donc une infinité d'ordres qui donnent des interférences constructives, donc il existe des valeurs de i' pour lesquelles les ondes pénètrent à travers la porte.

La porte avec sa grille se comporte comme un miroir pour les microondes présentent dans le four et se comporte comme une vitre ordinaire qui laisse passer la lumière visible.

6. Maxwell Gauss: $\text{div } \vec{E} = 0$

Maxwell Thomson: $\text{div } \vec{B} = 0$

Maxwell Faraday: $\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Maxwell Ampère: $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

On applique $\text{rot}(\text{rot } \vec{E}) = \text{grad}(\text{div } \vec{E}) - \Delta \vec{E}$ soit $\text{rot}(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}) = -\frac{\partial}{\partial t}(\text{rot } \vec{B}) = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\Delta \vec{E}$.

La relation de propagation est donc $\Delta \vec{E} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$: c'est une équation de type d'Alembert avec pour vitesse des ondes $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$.

7. Cette onde est stationnaire car t et x ne sont pas dans le même terme, ce choix est adapté à l'étude des ondes dans un milieu de taille finie.

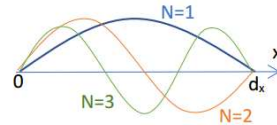
Cette onde est plane, harmonique et polarisée rectilignement selon Oz .

8. On applique les conditions aux limites:

$\vec{E}(x=0, t) = \vec{0}$ qui impose $\cos \phi = 0$ soit $\phi = \pi/2$.

$\vec{E}(x=d_x, t) = \vec{0}$ qui impose $\cos(kd_x + \pi/2) = 0$ soit $k_n d_x + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + n\pi$ d'où $k_n = \frac{n\pi}{d_x}$.

9. On retrouve ce type d'ondes stationnaires sur une corde fixée à ses deux extrémités ou dans un tuyau (ondes acoustiques) ouvert à ses deux extrémités.



10. On lit $m = 4$ et $p = 3$. On déduit q de l'égalité donnée dans l'énoncé soit: $\frac{1}{\lambda^2} - \frac{m^2}{d_x^2} - \frac{p^2}{d_y^2} = \frac{q^2}{d_z^2}$ d'où

$q^2 = d_z^2 (\frac{1}{\lambda^2} - \frac{m^2}{d_x^2} - \frac{p^2}{d_y^2}) = -6,16 < 0$: ce mode est donc impossible puisque $q^2 < 0$.

11. On fait le rapport du courant de déplacement $\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ sur le courant de conduction $\gamma \vec{E}$ soit:

$\frac{\epsilon_0 \omega E}{\gamma E} = \frac{\epsilon_0 2\pi f}{\gamma} = \frac{8,8510^{-12} 2450.10^6}{38.10^6} \approx 10^{-10} \ll 1$: on peut donc négliger le courant de déplacement devant le courant de conduction.

12. L'équation de Maxwell Ampère s'écrit $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j} = \mu_0 \gamma \vec{E}$.

On établit l'équation de propagation $\text{rot}(\text{rot } \vec{E}) = \text{grad}(\text{div } \vec{E}) - \Delta \vec{E}$

soit $\text{rot}(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}) = -\frac{\partial}{\partial t}(\text{rot } \vec{B}) = -\mu_0 \gamma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = -\Delta \vec{E}$ d'où $\Delta \vec{E} - \mu_0 \gamma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{0}$: ce n'est pas une équation de d'Alembert, c'est une équation de diffusion.

On remplace l'expression de \vec{E} dans cette équation de propagation, on obtient: $-\underline{k}^2 \vec{E} - \mu_0 \gamma i \omega \vec{E} = \vec{0}$ soit $\underline{k}^2 = -i \mu_0 \gamma \omega$.

13. On en déduit $\underline{k}^2 = e^{-i\pi/2} \mu_0 \gamma \omega$ soit $\underline{k} = e^{-i\pi/4} \sqrt{\mu_0 \gamma \omega} = \frac{1-i}{\sqrt{2}} \sqrt{\mu_0 \gamma \omega}$.

Le vecteur d'onde possède une partie réelle $k' = \sqrt{\frac{\mu_0 \gamma \omega}{2}}$ qui traduit la propagation et une partie imaginaire

$k'' = \sqrt{\frac{\mu_0 \gamma \omega}{2}}$ qui traduit l'absorption.

On a $\vec{E} = E_0 e^{i(\omega t - k'x + ik''x)} \vec{e}_z = E_0 e^{-k''x} e^{i(\omega t - k'x)} \vec{e}_z$. On en prend la partie réelle:

$\vec{E} = E_0 e^{-k''x} \cos(\omega t - k'x) \vec{e}_z$. La phase $\omega t - k'x$ montre qu'il y a propagation et l'amplitude $E_0 e^{-k''x}$ diminue quand l'onde se propage, il y a absorption.

14. δ est une longueur, pour $x = 5\delta$, l'onde est complètement absorbée par le milieu.

AN: $\delta = \sqrt{\frac{2}{2\pi f \mu_0 \gamma}} = 1,65 \mu m \ll e$: donc l'onde ne sort pas de la cavité microonde, elle est totalement absorbée par les parois métalliques d'épaisseur $e \gg \delta$.