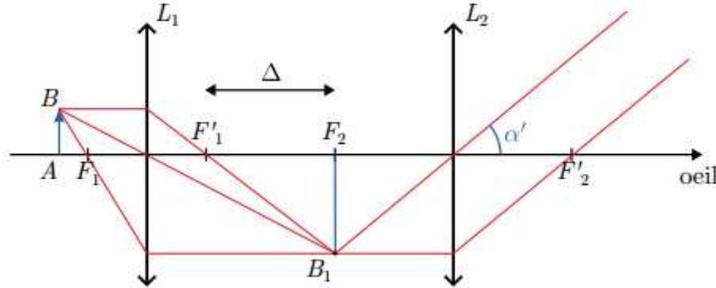


Correction CCB physique

I. Des oiseaux hauts en couleur (sujet CCINP TPC 2023)

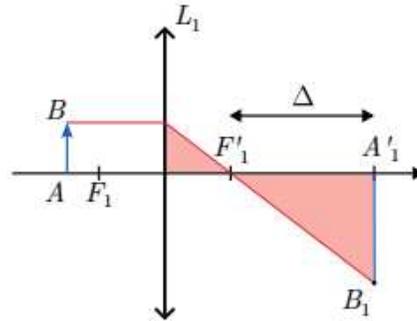
1. Pour que l'oeil n'accomode pas, l'image doit être à l'infini soit A_1B_1 doit être dans le plan focal objet de L_2 soit $A_1 = F_2$.

2.



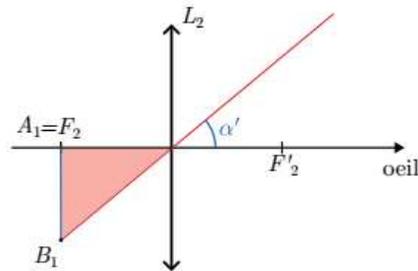
3. Le grandissement transversal de l'objectif (lentille L_1) s'écrit:

$$\gamma_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{F'_1A_1}}{\overline{F'_1O}} = \frac{\overline{F'_1F_2}}{\overline{-OF'_1}} = -\frac{\Delta}{f'_1}$$



4. Le diamètre angulaire d'observation (en tenant compte du fait que les angles sont petits car on est dans les conditions de Gauss) s'écrit:

$$\alpha' = \tan \alpha' = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{O_2A_1}} = \frac{\gamma_1 \overline{AB}}{\overline{O_2F_2}} = \frac{-\Delta h}{f'_1(-f'_2)} = \frac{\Delta h}{f'_1 f'_2}$$



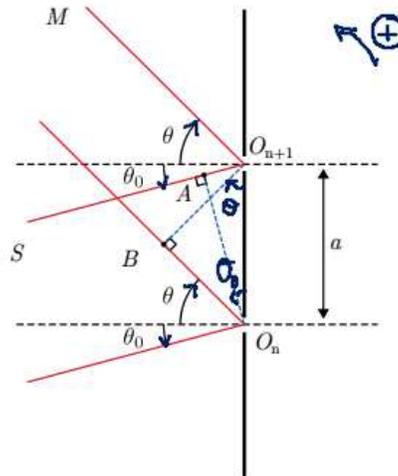
5. Par principe de retour inverse de la lumière, M se comporte comme une source.

Entre une source et une surface d'onde le chemin optique est constant, on a donc: $(SA) = (SO_n)$ et $(MB) = (MO_{n+1})$.

La différence de marche est:

$\delta(M) = (SA) + (AO_{n+1}) + (O_{n+1}M) - (SO_n) - (O_nB) - (BM) = (AO_{n+1}) - (O_nB) = AO_{n+1} - O_nB$.
Attention: les angles sont orientés par rapport à la normale au réseau, ici on a $\theta_0 > 0$ et $\theta < 0$ donc $AO_{n+1} = a \sin \theta_0$ et $O_nB = -a \sin \theta$.

D'où la différence de marche $\delta(M) = a \sin \theta_0 + a \sin \theta$.



6. Les interférences sont constructives lorsque l'ordre d'interférences est un entier soit la différence de

marche est un multiple de la longueur d'onde. On a donc $\delta(M) = k\lambda_0 = a(\sin\theta + \sin\theta_0)$ d'où la formule des réseaux en réflexion $\sin\theta_k + \sin\theta_0 = \frac{k\lambda_0}{a}$.

7. En incidence normale $\theta_0 = 0$.

On ne tient compte que des ordres 1 et -1 car ce sont les plus intenses, les autres ordres sont moins lumineux et donc moins visibles.

Pour l'observateur A , on a $\theta = 90^\circ$ d'où d'après la formule des réseaux $\frac{k\lambda_0}{a} = 1$. Seul l'ordre $+1$ est possible et on a donc $\lambda_0 = a = 560 \text{ nm}$: le canard apparaît vert à l'observateur A .

Pour l'observateur B , on a $\theta = 45^\circ$ d'où d'après la formule des réseaux $\frac{k\lambda_0}{a} = \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Seul l'ordre $+1$ est possible et on a donc $\lambda_0 = \frac{a}{\sqrt{2}} = 395 \text{ nm}$: le canard apparaît violet à l'observateur A .

II. Écoulement d'un fluide

1. Le terme $(\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{v}$ représente l'accélération convective

Le terme $-\overrightarrow{\text{grad}}P$ représente les forces volumiques de pression dirigées des fortes vers les faibles pressions

Le terme $\eta\Delta \vec{v}$ représente les forces volumiques de viscosité.

2. Le nombre de Reynolds désigne le rapport du terme convectif sur le terme diffusif soit $Re = \frac{\|\rho(\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{v}\|}{\|\eta\Delta \vec{v}\|}$.

Il a pour expression $Re = \frac{\rho v L}{\eta} = 0,01 \ll 1$: dans cet écoulement l'effet convectif est négligeable par rapport à l'effet diffusif. L'équation de Navier-Stokes devient $\vec{0} = -\overrightarrow{\text{grad}}P + \eta\Delta \vec{v}$.

3. On calcule le terme convectif: $\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} = v_x(z) \frac{\partial}{\partial x}$ et $(\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{v} = v_x(z) \frac{\partial}{\partial x}(v_x(z) \vec{e}_x) = \vec{0}$. On doit donc résoudre $\vec{0} = -\overrightarrow{\text{grad}}P + \eta\Delta \vec{v}$.

4. On a $\Delta \vec{v} = \frac{\partial^2}{\partial x^2}(v_x(z) \vec{e}_x) + \frac{\partial^2}{\partial y^2}(v_x(z) \vec{e}_x) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}(v_x(z) \vec{e}_x) = \frac{d^2 v_x(z)}{dz^2} \vec{e}_x$.

On projection sur Ox l'équation de Navier Stokes donne $-\frac{\partial P}{\partial x} + \eta \frac{d^2 v_x(z)}{dz^2} = 0$.

5. On a donc $\frac{d^2 v_x(z)}{dz^2} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial P}{\partial x} = -\frac{K}{\eta}$.

On intègre deux fois par rapport à z .

$$\frac{dv_x(z)}{dz} = -\frac{Kz}{\eta} + A$$

$$v_x(z) = -\frac{Kz^2}{2\eta} + Az + B$$

On trouve les constantes d'intégration A et B en utilisant les conditions aux limites de l'énoncé:

$$v_x(z = +h/2) = -L_g \frac{\partial v_x}{\partial z}(z = +h/2) \text{ donne } -\frac{Kh^2}{8\eta} + A\frac{h}{2} + B = -L_g(-\frac{Kh}{2\eta} + A)$$

$$v_x(z = -h/2) = +L_g \frac{\partial v_x}{\partial z}(z = -h/2) \text{ donne } -\frac{Kh^2}{8\eta} - A\frac{h}{2} + B = +L_g(+\frac{Kh}{2\eta} + A)$$

Je fais la différence des deux équations: $+Ah = -2AL_g$, on a donc $A = 0$ car h différent de $2L_g$.

$$\text{Je fais la somme des deux équations: } -\frac{Kh^2}{4\eta} + 2B = L_g \frac{Kh}{\eta} \text{ d'où } B = \frac{KL_g h}{2\eta} + \frac{Kh^2}{8\eta}$$

On remplace dans l'expression de la vitesse et on obtient: $v_x(z) = \frac{KL_g h}{2\eta} + \frac{K}{2\eta}(\frac{h^2}{4} - z^2)$.

6. La vitesse s'annule pour $v_x(z_0) = 0 = \frac{KL_g h}{2\eta} + \frac{K}{2\eta}(\frac{h^2}{4} - z_0^2)$ soit $\frac{h^2}{4} - z_0^2 = -L_g h$ soit $z_0 = \pm \sqrt{\frac{h^2}{4} + L_g h} = \pm \frac{h}{2} \sqrt{1 + \frac{4L_g}{h}} \approx \pm \frac{h}{2} (1 + \frac{2L_g}{h}) \approx \pm (\frac{h}{2} + L_g)$ qui donne $|z_0| = \frac{h}{2} + L_g$ ou encore $L_g = |z_0| - \frac{h}{2}$.

La vitesse s'annule donc pour $z_0 = \frac{h}{2} + L_g$ et $z_0 = -\frac{h}{2} - L_g$. Un fluide visqueux habituellement adhère aux

parois et sa vitesse est nulle sur les parois, ce qui donnerait ici $z_0 = \pm \frac{h}{2}$. Ici la vitesse du fluide s'annulerait à une distance L_g de la paroi d'où l'appellation de longueur de glissement.

7. Le débit volumique s'écrit $D_v = \iint v_x(z) dy dz = \int_0^l dy \int_{-h/2}^{h/2} v_x(z) dz$.

8. On a $\frac{dP}{dx} = -K$ d'où en intégrant on obtient $P(x) = -Kx + C$. On en déduit $P(x=0) = C$ et $P(x=L) = -KL + C$ d'où $\Delta P = P(x=0) - P(x=L) = KL$ et donc $K = \frac{\Delta P}{L}$.

9. En électricité, la loi d'Ohm s'écrit $U = Ri$ où U est la différence de potentiel qui met en mouvement les charges et i est le flux de charges à travers le fil.

Ici par analogie, la différence de pression met en mouvement le fluide et le débit de fluide est D_v , on a donc $\Delta P = R_h D_v$.

Soit $R_h = \frac{\Delta P}{D_v} = \frac{KL2\eta}{Klh^2(L_g + \frac{h}{6})} = \frac{L2\eta}{lh^2(L_g + \frac{h}{6})}$.

La résistance hydraulique mesure l'opposition du fluide à son écoulement entre les deux plaques. Effectivement plus le fluide est visqueux (η grand) et plus la résistance est grande.

10. En l'absence de glissement, on a $L_g = 0$ soit $R_{h,ng} = \frac{L12\eta}{lh^3}$.

En présence de glissement avec $L_g = \frac{h}{2}$, on a $R_h = \frac{L2\eta}{lh^2(\frac{h}{2} + \frac{h}{6})} = \frac{L2\eta}{lh^2\frac{2h}{3}} = \frac{L3\eta}{lh^3}$.

On a donc $\frac{R_h}{R_{h,ng}} = 4$.

En présence de glissement, la résistance hydraulique diminue, effectivement le fluide ne s'accroche pas aux parois et donc s'écoule plus facilement.

III. Expérience de Stern et Gerlach

1. L'énergie cinétique d'un atome d'argent s'écrit $e_c = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{3}{2}k_B T$. On en déduit l'énergie d'une mole d'atomes d'argent en multipliant l'énergie d'un atome par le nombre d'Avogadro (avec $M_{Ag} = N_a m$): $\frac{1}{2}Mv_0^2 = \frac{3}{2}k_B N_a T = \frac{3}{2}RT$. D'où la vitesse des atomes $v_0 = \sqrt{\frac{3RT}{M_{Ag}}} = 541 \text{ m/s}$.

2. On applique la loi des GP: $PV = nRT$ avec $n = \frac{N}{N_a}$ où n est le nombre de moles et N le nombre de particules soit: $n^* = \frac{N}{V} = \frac{PN_a}{RT} = \frac{P}{k_B T}$. AN: $n^* = 5,7.10^{16} \text{ atomes.m}^{-3}$.

3. AN: $l^* = 54 \text{ m}$ (attention: $1 \text{ pm} = 10^{-12} \text{ m}$) Le modèle du GP consiste à négliger les interactions entre les atomes qui le composent. Or ici la distance entre les atomes (c'est la même que celle entre deux chocs) est telle qu'effectivement on peut négliger les interactions entre eux.

4. La force est attractive et s'écrit $\vec{F} = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R_H^2} \vec{e}_r$.

On fait le rapport entre la force électrique et la force poids en norme: $\frac{F_e}{P} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R_H^2 m_e g} = 9.10^{21} \gg 1$: on peut donc négliger le poids devant la force électrique.

5. On applique la RFD à un électron qui a pour accélération $\vec{a} = -\frac{v^2}{R_H} \vec{e}_r + \frac{dv}{dt} \vec{e}_\theta$ soit:

$m_e \vec{a} = \vec{F}_e$

En projection sur \vec{e}_θ : $\frac{dv}{dt} = 0$: la vitesse est constante, le mouvement est circulaire uniforme

En projection sur \vec{e}_r : $-m \frac{v^2}{R_H} = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R_H^2}$ soit $v = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R_H m}}$. On en déduit la vitesse angulaire par

$\omega = \frac{v}{R_H} = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R_H^3 m}} = \frac{e}{2\sqrt{\pi m_e \epsilon_0 R_H^3}}$.

6. On déduit la période du mouvement de l'électron par $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{4\pi\sqrt{\pi m_e \epsilon_0 R_H^3}}{e}$. AN: $T = 1,5 \cdot 10^{-16}$ s.

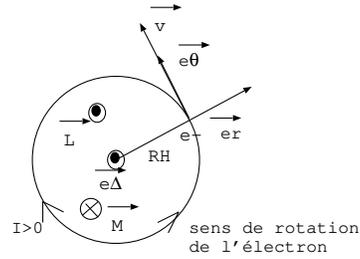
7. L'intensité s'écrit $I = \frac{dq}{dt}$ où dq est la charge qui traverse la section du fil pendant dt . Ici la charge $-e$ passe tous les temps T . On a donc $I = \frac{e}{T} = \frac{\omega e}{2\pi}$ (le courant I est pris positif dans l'énoncé, sur le schéma, ce courant circule dans le sens inverse de déplacement de l'électron).

8. Le moment magnétique est orienté par I avec la règle de la main droite. Le courant est dans le sens inverse du mouvement de l'électron donc le moment est selon $-\vec{e}_\Delta$, il s'écrit $\vec{M} = -I\pi R_H^2 \vec{e}_\Delta = -\frac{\omega e R_H^2}{2} \vec{e}_\Delta$ où πR_H^2 est la surface de la boucle de courant I .

9. Le moment cinétique est $\vec{L} = \overrightarrow{OM} \wedge m_e \vec{v} = R_H \vec{e}_r \wedge m_e v \vec{e}_\theta = m_e v R_H \vec{e}_\Delta = m_e \omega R_H^2 \vec{e}_\Delta$.

10. Le moment magnétique et le moment cinétique sont colinéaires, de sens contraire. On a $\vec{L} = m_e \omega R_H^2 \vec{e}_\Delta$ et $\vec{M} = -\frac{\omega e R_H^2}{2} \vec{e}_\Delta$ soit $\vec{M} = -\frac{e}{2m_e} \vec{L}$.

Par identification il vient $\gamma_e = -\frac{e}{2m_e}$.



11. Le moment cinétique est quantifié selon $L = n\hbar$ donc le moment magnétique est quantifié aussi selon $M = |\gamma_e|L = |\gamma_e|n\hbar = n\frac{e\hbar}{2m_e} = n\mu_B$ avec $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$. AN: $\mu_B = 8,8 \cdot 10^{-24}$ A.m².

12. Le théorème du moment cinétique appliqué à l'atome s'écrit $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \wedge \vec{B}$ avec $\vec{L} = \frac{\vec{M}}{\gamma}$ soit $\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma \vec{M} \wedge \vec{B}$.

Le champ magnétique est selon Oz donc le couple $\vec{M} \wedge \vec{B}$ est perpendiculaire à Oz et donc la projection du moment cinétique selon Oz donne $\frac{dM_z}{dt} = 0$ soit M_z est constante.

13. La période se déduit de la pulsation par $T_L = \frac{2\pi}{\Omega_L} = \frac{4\pi m_e}{eB} = 7,2 \cdot 10^{-11}$ s.

L'atome se déplace à la vitesse $v_0 = 541$ m/s, l'entrefer a pour longueur $l = 3,5$ cm donc l'atome le traverse en un temps $\tau = 6,5 \cdot 10^{-5}$ s.

Donc pendant le temps τ ; le moment magnétique a effectué de très nombreuses rotations autour de l'axe Ox donc la projection du moment magnétique en moyenne sur Ox et sur Oy est nulle.

14. L'énergie potentielle de l'atome s'écrit $E_p = -\vec{B} \cdot \vec{M} = -M_z B$: l'énergie potentielle est constante car M_z et B sont constantes donc la force qui en découle est nulle. Les atomes ne peuvent pas être déviés dans un champ magnétique uniforme.

15. L'équation de Maxwell Thomson s'écrit $\text{div} \vec{B} = \vec{0}$, sous forme intégrale cette équation donne que le flux de \vec{B} à travers toute surface fermée est nulle, ce qui revient à dire que le flux de \vec{B} à travers un tube de champ se conserve. Ainsi lorsque les lignes de champ sont proches cela veut dire que le champ est intense et lorsque les lignes de champ sont éloignées, le champ magnétique est faible.

Ainsi dans l'entrefer, le champ magnétique est plus intense au pôle nord. Le champ diminue quand z augmente soit $\overrightarrow{\text{grad}} B_z$ est orienté des faibles vers les forts champs magnétiques soit du pôle sud vers le pôle nord soit selon $-Oz$.

16. On a $\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}}(E_p) = \overrightarrow{\text{grad}}(M_z B_z) = M_z \overrightarrow{\text{grad}}(B_z) = M_z \frac{dB_z}{dz} \vec{e}_z$.

AN: $F = M_z \left| \frac{dB_z}{dz} \right| = \mu_B \left| \frac{dB_z}{dz} \right| = 8,8 \cdot 10^{-24} \cdot 500 = 4,4 \cdot 10^{-21}$ N.

La mécanique classique prévoit que les atomes soient déviés de façon continue vers le haut ou vers le bas selon Oz . En effet, la force qui s'exerce sur les atomes dépend de M_z et M_z pouvant prendre toutes les valeurs entre $-M$ et $+M$ pour les différents atomes, on observe des points d'impact différents en fonction de la valeur de M_z de chaque atome.

17. On écrit la RFD appliqué à un atome qui subit la force magnétique $\vec{F} = M_z \frac{dB_z}{dz} \vec{e}_z$ soit $m_{Ag} \vec{a} = \vec{F}$.

En projection sur Ox : $\ddot{x} = 0$ soit $\dot{x} = v_0$ et $x(t) = v_0 t$

En projection sur Oy : $\ddot{y} = 0$ soit $\dot{y} = 0$ et $y(t) = 0$

En projection sur Oz : $m_{Ag}\ddot{z} = M_z \frac{dB_z}{dz}$ soit $\dot{z} = \frac{M_z t}{m_{Ag}} \frac{dB_z}{dz}$ et $z = \frac{M_z t^2}{2m_{Ag}} \frac{dB_z}{dz}$

On a donc $t = \frac{x}{v_0}$ et donc $z = \frac{M_z x^2}{2m_{Ag}v_0^2} \frac{dB_z}{dz}$: trajectoire parabolique (attendue puisque la force magnétique ici est constante).

18. A la sortie de l'entrefer, le champ magnétique est nulle donc l'atome ne subit aucune force, il a un mouvement rectiligne uniforme à la vitesse constante égale à sa vitesse à la sortie de l'entrefer soit à sa vitesse en $x = l$.

On prend les équations précédentes: $\dot{x} = v_0$ et $\dot{z} = \frac{M_z t}{m_{Ag}} \frac{dB_z}{dz}$ avec $t = \frac{x}{v_0}$ soit $t = \frac{l}{v_0}$ à la sortie de l'entrefer

d'où $\vec{v} = v_0 \vec{e}_x + \frac{M_z l}{m_{Ag}v_0} \frac{dB_z}{dz} \vec{e}_z$.

La pente de cette droite est donnée par le rapport $\frac{v_z}{v_x} = \frac{M_z l}{m_{Ag}v_0^2} \frac{dB_z}{dz}$.

19. On utilise la pente de la trajectoire rectiligne en dehors de l'entrefer soit $a = \frac{Z}{D}$ (voir schéma figure A4) soit $Z = Da = \frac{M_z l D}{m_{Ag}v_0^2} \frac{dB_z}{dz}$ avec $e_c = \frac{1}{2} m_{Ag} v_0^2 = \frac{3}{2} k_B T$ soit $m_{Ag} v_0^2 = 3k_B T$ d'où $Z = \frac{M_z l D}{3k_B T} \frac{dB_z}{dz}$.

20. On en déduit que $M_z = \frac{3k_B T Z}{D l} \frac{1}{\frac{dB_z}{dz}}$. AN: on lit $z = \pm 2,0 \text{ mm}$, soit $Z = 0,1 \text{ mm}$ car l'image est obtenue avec un microscope de grossissement 20 soit $M_z = 1,7 \cdot 10^{-23} \text{ A.m}^2$ c'est de l'ordre de grandeur du magnéton de Bohr $8,8 \cdot 10^{-23} \text{ A.m}^2$.

21. L'électron de valence de l'atome d'argent est un électron $5s$ pour lequel $l = 0$ soit le moment cinétique est nul donc le moment orbital est nul également puisque $M = |\gamma|L$. Donc la déflexion des atomes d'argent ne peut pas venir du moment magnétique orbital.

22. La déflexion des atomes d'argent montre la présence d'un moment magnétique qui n'a pas pour origine le mouvement des électrons autour du noyau. Il s'agit du moment magnétique de spin. Le fait que l'on observe deux points d'impact sur la plaque symétriques par rapport à la direction incidente des atomes montre qu'il existe deux valeurs opposées de moments magnétiques M_z . Il s'agit des moments magnétiques de spin, spin up $M_z > 0$ et spin down $M_z < 0$.