Chapitre EM 11 : réflexion et transmission des ondes em

I. Propagation d'une onde em dans un milieu matériel

On étudie la propagation d'OPPH dans un métal, un plasma ou un diélectrique (solide dans lequel il n'y a pas d'électrons libres, en présence d'un champ électrique extérieur, ces électrons ont de petits mouvements tous en restant liés au noyau). On note $\underline{\overrightarrow{E}} = \overrightarrow{E_0}e^{i(\omega t - \underline{\overrightarrow{k}}.\overrightarrow{OM})}$ où $\underline{\overrightarrow{k}} = \underline{k}\overrightarrow{u}$.

- les champs électrique et magnétique sont transverses

- le trièdre $(\overrightarrow{k}, \overrightarrow{E}, \overrightarrow{B})$ est orthogonal direct.

Dans ces milieux, la relation de dispersion peut toujours se mettre sous la forme $\underline{k} = \underline{n}\dfrac{\omega}{c}$ où $\underline{n}$ désigne l'indice du milieu. En vecteur on a aussi $\underline{\overrightarrow{k}} = \underline{n}\dfrac{\omega}{c}\overrightarrow{u}$ où $\overrightarrow{u}$ est le vecteur unitaire dans la direction et le sens de propagation.

- La partie réelle de $\underline{n}$ traduit

- La partie imaginaire de $\underline{n}$ traduit

- Lorsque $\underline{n}$ dépend de ω,

Exemples de milieu:

le verre: .... l'eau:...................................

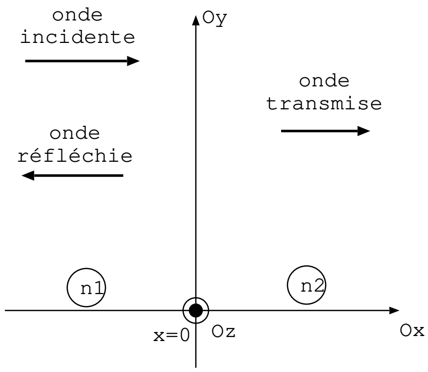
le plasma: l'équation de propagation conduit à: $\underline{k}^2 = \dfrac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}$

le métal: l'équation de propagation conduit à: $\underline{k}^2 = -i\omega\gamma\mu_0$

II. **Réflexion et transmission d'une onde em sous incidence normale**

1. *Les notations*

Une onde incidente arrive sur un dioptre qui sépare des milieux d'indices n_1 et n_2, et donne naissance à une onde réfléchie et une onde transmise. Les indices i, r et t caractérisent respectivement les ondes incidente, réfléchie et transmise.



Les vecteurs d'onde s'écrivent:

Les ondes résultantes s'écrivent:

Expression des champs électriques:

Expression des champs magnétiques:

2. *Les conditions aux limites*

3. *Les coefficients de réflexion et de transmission*

On définit les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude:

On trouve leurs expressions en utilisant les conditions aux limites.

Remarque: le dioptre peut se trouver en x, y ou z non nuls, par exemple le dioptre peut être le plan $x = d$, dans ce cas faire attention de bien écrire l'équation de continuité en $x = d$.

Remarque: un coefficient de réflexion en amplitude négatif signifie que

Un coefficient de réflexion en amplitude réel positif signifie que

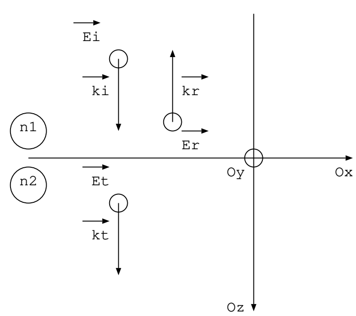
Un coefficient de réflexion en amplitude complexe signifie que

On définit les coefficients de réflexion et de transmission en intensité:

On a toujours la relation $R + T = 1$ qui traduit

III. Réflexion et transmission sous incidence normale à l'interface entre deux diélectriques

Soit un dioptre confondu avec le plan Oxy séparant les milieux d'indice n_1 pour $z < 0$ et d'indice n_2 pour $z > 0$. Une onde em incidente se propage selon $+Oz$ (le champ électrique est polarisé rectilignement selon Oy), elle donne naissance à une onde transmise et à une onde réfléchie. Les ondes ont la même pulsation ω. On travaille en **notation réelle.** On note les coefficients de réflexion et de transmission: $r = \dfrac{E_{0r}(z=0)}{E_{0i}(z=0)}$ et $\tau = \dfrac{E_{0t}(z=0)}{E_{0i}(z=0)}$.



1. Ajouter sur les schémas les champs magnétiques.

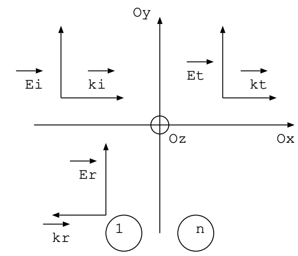
2. Exprimer les vecteurs d'onde. On note E_0 l'amplitude de l'onde incidente. Exprimer les champs électrique et magnétique en fonction des données.

3. On admet les conditions de passage suivantes: les composantes tangentielles du champ électrique et du champ magnétique sont continues. En déduire les expressions de r et τ en fonction de n_1 et n_2.

4. Exprimer les coefficients de transmission et de réflexion en énergie définis par $T = \dfrac{< ||\overrightarrow{\Pi_t}|| >}{< ||\overrightarrow{\Pi_i}|| >}$ et $R = \dfrac{< ||\overrightarrow{\Pi_r}|| >}{< ||\overrightarrow{\Pi_i}|| >}$. Quelle relation lie R et T? Que traduit cette relation?

5. AN : calculer r, τ, R et T pour $n_1 = 1$ et $n_2 = 1,5$ et pour $n_1 = 1,5$ et $n_2 = 1$.

IV. **Réflexion sur un milieu absorbant**



Une onde électromagnétique plane polarisée rectilignement, monochromatique, arrive en incidence normale sur l'interface séparant le vide (pour $x < 0$) d'un diélectrique d'indice $\underline{n} = n' - jn''$ (pour $x > 0$) où n' et n'' sont deux réels positifs.

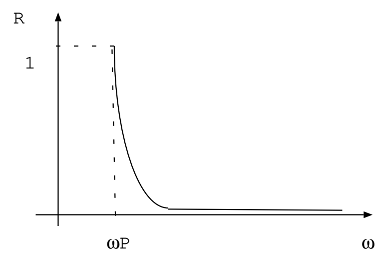
1. Les champs électriques des ondes incidente, réfléchie et transmise s'écrivent en notation complexe: $\overrightarrow{\underline{E}_i}(x,t) = \underline{E_0} e^{i(\omega t - k_1 x)} \overrightarrow{e_y}$, $\overrightarrow{\underline{E}_r}(x,t) = \underline{E_{0r}} e^{i(\omega t + k_1 x)} \overrightarrow{e_y}$ et $\overrightarrow{\underline{E}_t}(x,t) = \underline{E_{0t}} e^{i(\omega t - \underline{k_2} x)} \overrightarrow{e_y}$.

Exprimer k_1, $\underline{k}_2$, $\overrightarrow{\underline{B}_i}(x,t)$, $\overrightarrow{\underline{B}_r}(x,t)$ et $\overrightarrow{\underline{B}_t}(x,t)$ en fonction des données.

2. On admet la continuité du champ électromagnétique. Déterminer les expressions de $\underline{E_{0r}}$ et $\underline{E_{0t}}$ en fonction de $\underline{E_0}$ et $\underline{n}$.

3. On donne $< \overrightarrow{f} \Lambda \overrightarrow{g} > = \frac{1}{2} \mathcal{R}e(\overrightarrow{\underline{f}} \Lambda \overrightarrow{\underline{g}^*})$. Exprimer les coefficients de transmission et de réflexion en énergie définis par $T = \frac{< ||\overrightarrow{\Pi_t}(x=0,t)|| >}{< ||\overrightarrow{\Pi_i}(x=0,t)|| >}$ et $R = \frac{< ||\overrightarrow{\Pi_r}(x=0,t)|| >}{< ||\overrightarrow{\Pi_i}(x=0,t)|| >}$. Montrer que $R = |\frac{1-\underline{n}}{1+\underline{n}}|^2$ et $T = \frac{4\mathcal{R}e(\underline{n})}{|1+\underline{n}|^2}$.

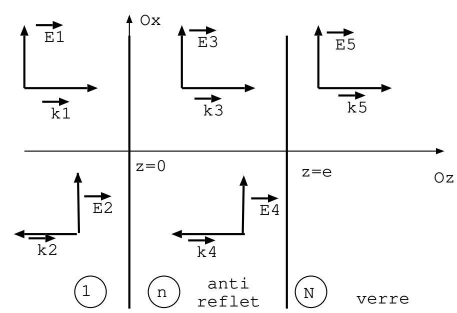
4. On étudie le cas particulier de la réflexion sur un plasma.



On rappelle que pour $\omega < \omega_P$ (pulsation plasma), l'indice s'écrit $\underline{n} = -jn''$. Exprimer T et R et conclure.

On rappelle que pour $\omega > \omega_P$ (pulsation plasma), l'indice s'écrit $\underline{n} = n'$. On donne le graphe R en fonction de ω, compléter le graphe T en fonction de ω et commenter.

V. **Couche anti-reflet**



On cherche à rendre anti-réfléchissant, un verre d'indice N placé en $z > e$. Pour cela, on le recouvre d'une mince couche d'épaisseur e d'indice n placé tel que $0 < z < e$. Le tout est placé dans l'air d'indice 1 (pour $z < 0$). Les milieux sont supposés parfaitement transparents, les indices sont pris réels.

On donne les champs électriques des ondes: $\overrightarrow{\underline{E_1}} = E_{01} \overrightarrow{e_x} e^{j(\omega t - kz)}$ (avec E_{01} réel), $\overrightarrow{\underline{E_2}} = \underline{E_{02}} \overrightarrow{e_x} e^{j(\omega t + k_2 z)}$, $\overrightarrow{\underline{E_3}} = \underline{E_{03}} \overrightarrow{e_x} e^{j(\omega t - k_3 z)}$, $\overrightarrow{\underline{E_4}} = \underline{E_{04}} \overrightarrow{e_x} e^{j(\omega t + k_4 z)}$ et $\overrightarrow{\underline{E_5}} = \underline{E_{05}} \overrightarrow{e_x} e^{j(\omega t - k_5 z)}$.

1. Exprimer k_2, k_3, k_4 et k_5 en fonction de k, n et N.

2. Ecrire les champs les champs magnétiques $\overrightarrow{\underline{B_i}}$ (avec i variant de 1 à 5) en fonction des données.

3. Ecrire les quatre équations traduisant la continuité du champ électromagnétique.

4. Pour $E_{02} = 0$, on obtient : $\frac{n-1}{n+1} = \frac{n-N}{n+N} e^{j2nke}$ (*).

4.a. Que signifie la condition $E_{02} = 0$?

4.b. La relation (*) n'est valable que pour e^{j2nke} réel.

Vérifier qu'il n'existe pas de valeur de n permettant d'avoir $e^{j2nke} = +1$.

Etablir l'expression de n en fonction de N dans le cas $e^{j2nke} = -1$. En déduire la la plus petite valeur possible de e pour $N = 1,5$ (verre) et $\lambda_0 = 600\ nm$.

Réponses : $n = \sqrt{N}$ *et* $e = \frac{\lambda_0}{4\sqrt{N}}$