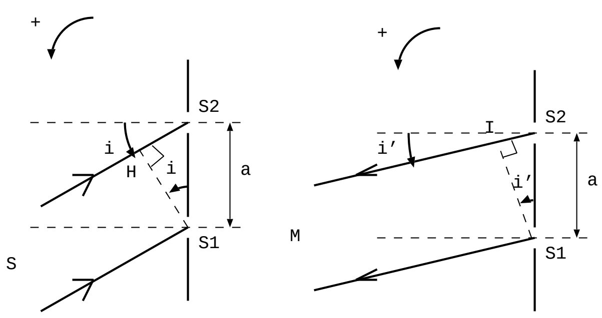
Correction sujet micro onde

I. **Etude du four à micro ondes (CCINP TPC 2020)**

1. On applique $\lambda = \dfrac{c}{f} = 12,2\ cm$.

2.



Par principe de retour inverse, M se comporte comme une source.

Entre une source et une surface d'onde le chemin optique est constant soit $(SH) = (SS_1)$ et $(MI) = (MS_1)$.

$\delta(M) = (SS_2M) - (SS_1M) = (SH) + (HS_2) + (S_2I) + (IM) - (SS_1) - (S_1M) = (HS_2) + (S_2I) = HS_2 + S_2I = a\sin i + a\sin i'$.

On observe des interférences constructives (franges brillantes) pour $p = \dfrac{\delta}{\lambda}$ est un entier, on obtient donc la formule des réseaux demandée: $\sin i'_p + \sin i = \dfrac{p\lambda}{a}$ où p est l'ordre d'interférences, c'est un entier relatif.

3. Sur le document 3, on lit $6a = 12\ cm$ soit $a = 2\ cm$.

4. On a $\sin i$ et $\sin i'_p$ qui sont compris entre -1 et $+1$ donc $-2 \leq \sin i + \sin i'_p \leq +2$ soit $-2 \leq \dfrac{p\lambda}{a} \leq +2$ ou encore $-2\dfrac{a}{\lambda} \leq p \leq 2\dfrac{a}{\lambda}$ soit $-0,6 \leq p \leq +0,6$. Seul l'ordre 0 est possible.

Dans l'ordre 0, $\sin i' = -\sin i$ soit $i' = -i$. La porte du micro onde se comporte comme un miroir.

5. Dans le visible, $\lambda = 400\ nm$ pour le bleu et $\lambda = 800\ nm$ pour le rouge. On cherche, comme dans la question précédente, les ordres possibles pour une longueur d'onde moyenne $\lambda = 600\ nm$ soit $-2\dfrac{a}{\lambda} \leq p \leq 2\dfrac{a}{\lambda}$ soit $-66\ 666 \leq p \leq 66\ 666$. Il y a donc une infinité d'ordres qui donnent des interférences constructives, donc il existe des valeurs de i' pour lesquelles les ondes pénètrent à travers la porte.

La porte avec sa grille se comporte comme un miroir pour les microondes présentent dans le four et se comporte comme une vitre ordinaire qui laisse passer la lumière visible.

6. Maxwell Gauss: $\mathrm{div}\overrightarrow{E} = 0$

Maxwell Thomson: $\mathrm{div}\overrightarrow{B} = 0$

Maxwell Faraday: $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\overrightarrow{E} = -\dfrac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t}$

Maxwell Ampère: $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\overrightarrow{B} = \mu_0\epsilon_0\dfrac{\partial \overrightarrow{E}}{\partial t}$

On applique $\overrightarrow{\mathrm{rot}}(\overrightarrow{\mathrm{rot}}\overrightarrow{E}) = \overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathrm{div}\overrightarrow{E}) - \Delta\overrightarrow{E}$ soit $\overrightarrow{\mathrm{rot}}(-\dfrac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t}) = -\dfrac{\partial}{\partial t}(\overrightarrow{\mathrm{rot}}\overrightarrow{B}) = -\mu_0\epsilon_0\dfrac{\partial^2 \overrightarrow{E}}{\partial t^2} = -\Delta\overrightarrow{E}$.

La relation de propagation est donc $\Delta\overrightarrow{E} - \mu_0\epsilon_0\dfrac{\partial^2 \overrightarrow{E}}{\partial t^2} = \overrightarrow{0}$: c'est une équation de type d'Alembert avec pour vitesse des ondes $c = \dfrac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}$.

7. Cette onde est stationnaire car t et x ne sont pas dans le même terme, ce choix est adapté à l'étude des ondes dans un milieu de taille finie.

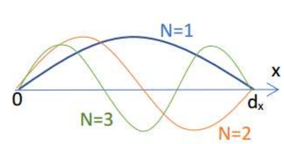
Cette onde est plane, harmonique et polarisée rectilignement selon Oz.

8. On applique les conditions aux limites:

$\overrightarrow{E}(x = 0, t) = \overrightarrow{0}$ qui impose $\cos\phi = 0$ soit $\phi = \pi/2$.

$\overrightarrow{E}(x = d_x, t) = \overrightarrow{0}$ qui impose $\cos(kd_x + \pi/2) = 0$ soit $k_n d_x + \dfrac{\pi}{2} = \dfrac{\pi}{2} + n\pi$ d'où $k_n = \dfrac{n\pi}{d_x}$.

9. On retrouve ce type d'ondes stationnaires sur une corde fixée à ses deux extrémités ou dans un tuyau (ondes acoustiques) ouvert à ses deux extrémités.



10. On lit $m = 4$ et $p = 3$. On déduit q de l'égalité donnée dans l'énoncé soit: $\dfrac{1}{\lambda^2} - \dfrac{m^2}{d_x^2} - \dfrac{p^2}{d_y^2} = \dfrac{q^2}{d_z^2}$ d'où $q^2 = d_z^2(\dfrac{1}{\lambda^2} - \dfrac{m^2}{d_x^2} - \dfrac{p^2}{d_y^2}) = -6,16 < 0$: ce mode est donc impossible puisque $q^2 < 0$.

11. On fait le rapport du courant de déplacement $\epsilon_0 \dfrac{\partial \overrightarrow{E}}{\partial t}$ sur le courant de conduction $\gamma \overrightarrow{E}$ soit:

$\dfrac{\epsilon_0 \omega E}{\gamma E} = \dfrac{\epsilon_0 2\pi f}{\gamma} = \dfrac{8,8510^{-12}2450.10^6}{38.10^6} \approx 10^{-10} << 1$: on peut donc négliger le courant de déplacement devant le courant de conduction.

12. L'équation de Maxwell Ampère s'écrit $\overrightarrow{\text{rot}}\overrightarrow{B} = \mu_0 \overrightarrow{j} = \mu_0 \gamma \overrightarrow{E}$.

On établit l'équation de propagation $\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}\overrightarrow{E}) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}\overrightarrow{E}) - \Delta\overrightarrow{E}$

soit $\overrightarrow{\text{rot}}(-\dfrac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t}) = -\dfrac{\partial}{\partial t}(\overrightarrow{\text{rot}}\overrightarrow{B}) = -\mu_0\gamma\dfrac{\partial \overrightarrow{E}}{\partial t} = -\Delta\overrightarrow{E}$ d'où $\Delta\overrightarrow{E} - \mu_0\gamma\dfrac{\partial \overrightarrow{E}}{\partial t} = \overrightarrow{0}$: ce n'est pas une équation de d'Alembert, c'est une équation de diffusion.

On remplace l'expression de $\underline{\overrightarrow{E}}$ dans cette équation de propagation, on obtient: $-\underline{k}^2\underline{\overrightarrow{E}} - \mu_0\gamma i\omega\underline{\overrightarrow{E}} = \overrightarrow{0}$ soit $\underline{k}^2 = -i\mu_0\gamma\omega$.

13. On en déduit $\underline{k}^2 = e^{-i\pi/2}\mu_0\gamma\omega$ soit $\underline{k} = e^{-i\pi/4}\sqrt{\mu_0\gamma\omega} = \dfrac{1-i}{\sqrt{2}}\sqrt{\mu_0\gamma\omega}$.

Le vecteur d'onde possède une partie réelle $k' = \sqrt{\dfrac{\mu_0\gamma\omega}{2}}$ qui traduit la propagation et une partie imaginaire $k'' = \sqrt{\dfrac{\mu_0\gamma\omega}{2}}$ qui traduit l'absorption.

On a $\underline{\overrightarrow{E}} = E_0 e^{i(\omega t - k'x + ik''x)}\overrightarrow{e_z} = E_0 e^{-k''x} e^{i(\omega t - k'x)}\overrightarrow{e_z}$. On en prend la partie réelle:
$\overrightarrow{E} = E_0 e^{-k''x}\cos(\omega t - k'x)\overrightarrow{e_z}$. La phase $\omega t - k'x$ montre qu'il y a propagation et l'amplitude $E_0 e^{-k''x}$ diminue quand l'onde se propage, il y a absorption.

14. δ est une longueur, pour $x = 5\delta$, l'onde est complètement absorbée par le milieu.

AN: $\delta = \sqrt{\dfrac{2}{2\pi f\mu_0\gamma}} = 1,65\ \mu m << e$: donc l'onde ne sort pas de la cavité micro onde, elle est totalement absorbée par les parois métalliques d'épaisseur $e >> \delta$.