II. **Problème III: étude d'un four à micro ondes**

De manière schématique, un four à micro-ondes est une cavité parallélépipédique rectangulaire constituée de six faces métalliques qui réfléchissent parfaitement les ondes électromagnétiques intérieures. Ces ondes sont produites et amenées dans la cavité par un dispositif qui ne sera pas étudié. Les six faces du four sont supposées parfaitement planes et cinq d'entre elles sont pleines. La dernière est la porte vitrée qui contient une grille métallique dont le rôle est de permettre d'observer l'intérieur du four tout en empêchant la fuite du rayonnement électromagnétique.

Le four est étudié sans aliments et l'air qu'il contient est assimilé au vide. Donnée: $c = 3.10^8\ m.s^{-1}$.

Données: les dimensions du four sont $d_x = 373\ mm$ (largeur), $d_y = 370\ mm$ (profondeur) et $d_z = 233\ mm$ (hauteur), la fréquence des ondes électromagnétiques est $f = 2\ 450\ MHz$.

1. Calculer la longueur d'onde des ondes électromagnétiques.

Etude de la porte

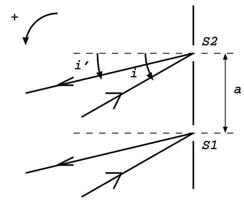
La porte du four est constituée de deux plaques de verre entre lesquelles est insérée une grille métallique percée d'ouvertures régulièrement espacées (visibles sur l'agrandissement dans le document 3).

Document 3 - Photographie du four étudié

Figure 12 - Photographie du four étudié avec un agrandissement de la porte. Le morceau de règle graduée est à la même échelle que l'agrandissement.

Source : www.samsung.fr

La grille contenue dans la porte du four peut être vue comme un réseau bidimensionnel. Ce réseau doit réfléchir les ondes électromagnétiques comme s'il s'agissait d'une paroi métallique pleine. Afin de simplifier son étude, nous le modélisons par un réseau simplement périodique constitué de fentes fines équidistantes séparées de a et parallèles à l'axe Oz.



On suppose que le réseau est éclairé par des ondes planes, de longueur d'onde λ dans le vide, sous l'angle d'incidence orienté i et on s'intéresse aux ondes planes diffractées sous l'angle d'émergence orienté i'.

2. Montrer que, lorsque les interférences sont constructives, la différence de marche entre deux ondes électromagnétiques arrivant sur deux ouvertures consécutives du réseau vaut : $\sin i'_p + \sin i = p\dfrac{\lambda}{a}$ où p désigne l'ordre d'interférences.

3. Estimer le pas du réseau à l'aide du document 3 et en déduire l'unique valeur de p possible. Dans cet ordre, donner la relation entre i et i' et commenter.

4. Rappeler les longueurs d'onde de la lumière visible. A l'aide d'une estimation numérique, expliquer pourquoi il est possible depuis l'extérieur de voir l'intérieur du four à micro-ondes à travers la grille.

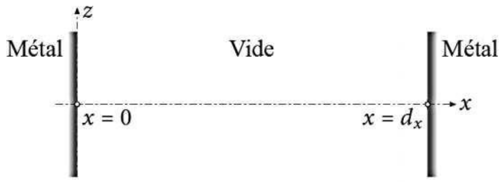
Confinement des ondes électromagnétiques dans le four

On suppose ici que les six faces du four sont identiques et modélisées par des plans métalliques infiniment conducteurs. L'intérieur du four est assimilable au vide.

5. Ecrire et nommer les équations de Maxwell en absence de charges et de courants et établir l'équation de propagation vérifiée par le champ électrique $\overrightarrow{E}(M,t)$.

On donne: $\overrightarrow{\mathrm{rot}}(\overrightarrow{\mathrm{rot}}\overrightarrow{E}) = \overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathrm{div}\overrightarrow{E}) - \Delta\overrightarrow{E}$

Le problème étant identique dans les 3 directions de l'espace, son étude est temporairement réduite à une seule dimension. On choisit arbitrairement de travailler le long de l'axe des x.



On souhaite déterminer l'expression du champ électromagnétique présent entre les deux plans conducteurs distants de d_x. En représentation cartésienne, on cherche le champ électrique de l'onde sous la forme:

$$\overrightarrow{E}(M,t) = E_0 \cos(kx+\phi)\cos(\omega t)\overrightarrow{e_z}$$

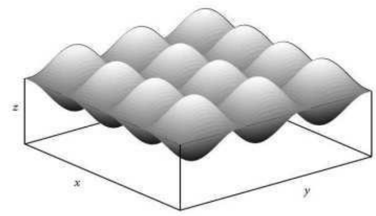
6. Donner 4 qualificatifs permettant de caractériser cette onde. Justifier le choix de la nature de l'onde.

7. On suppose que le champ électrique est nul dans le métal et on admet que le champ électrique est continue à l'interface vide-métal, en $x = 0$ et en $x = d_x$. En déduire les valeurs de ϕ et de k. On choisira pour ϕ la plus petite valeur positive possible et on exprimera k notamment en fonction d'un entier naturel n.

8. Représenter sur un même schéma l'allure du fondamental et des deux harmoniques suivants de l'onde dans la cavité. Citer, dans d'autres domaines de la physique, deux exemples avec lesquels une analogie pourrait être menée.

Le traitement tridimensionnel du problème permet de relier les longueurs d'ondes des modes de la cavité aux paramètres de la cavité à l'aide d'un triplet m, p et q d'entiers naturels tel que: $\dfrac{1}{\lambda^2} = \dfrac{m^2}{d_x^2} + \dfrac{p^2}{d_y^2} + \dfrac{q^2}{d_z^2}$.

9. On donne une représentation de l'amplitude de l'une des composantes du champ électrique correspondant est proposée sur la figure ci-contre, pour un mode propre particulier (c'est-à-dire un triplet m, p et q particulier). Ce mode est-il possible dans le four? (pour répondre, chercher les valeurs possibles de q).



Pénétration de l'onde dans le métal

En réalité, le champ électromagnétique n'est pas nul dans le métal. Une partie de l'onde électromagnétique pénètre dans les parois métalliques du four et s'atténue avec la distance. Celles-ci doivent donc être suffisamment épaisses pour que l'onde ne puisse les traverser que faiblement.

On s'intéresse à une onde électromagnétique dont le champ électrique s'écrit en notation complexe :

$$\overrightarrow{\underline{E}}(M,t) = E_0 e^{i(\omega t - \underline{k}x)}\overrightarrow{e_z}$$

Les parois du four sont en céramique émaillée d'épaisseur $e = 2\ mm$, assimilable à de l'aluminium de conductivité électrique $\gamma = 38,0.10^6\ S.m^{-1}$. Donnée: $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}\ H.m^{-1}$.

10. Justifier que l'on peut négliger le courant de déplacement devant le courant de conduction.

11. Etablir l'équation de propagation du champ électrique. En déduire l'expression de $\underline{k}^2$.

12. Exprimer $\underline{k}$ sous la forme $\underline{k} = k' - ik''$ où k' et k'' sont des réels positifs et en déduire l'expression réelle du champ électrique dans le métal.

13. On pose $\delta = \sqrt{\dfrac{2}{\mu_0\gamma\omega}}$. Que représente δ? Calculer δ et conclure.