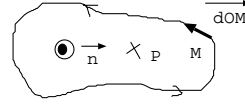


## Théorème d'Ampère

1. L'équation de Maxwell-Ampère est  $\vec{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ .
2. Dans l'approximation des régimes quasi permanents, on néglige le courant de déplacement devant le courant de conduction soit  $\vec{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$ .

3. On applique le théorème de Stokes au  $\mu_0 I_{\text{enlacs}}$

champ magnétique: 
$$\oint_{(C)} \vec{B}(M) \cdot d\vec{OM} = \iint_{(\Sigma)} \vec{\text{rot}} \vec{B}(P) \cdot dS(P) \vec{n}(P) = \mu_0 \iint_{(\Sigma)} \vec{j}(P) \cdot dS \vec{n} =$$



## Champ magnétique créé par un fil rectiligne de longueur infinie

4. Le champ magnétique ne dépend pas de  $\theta$  car il y a invariance par rotation autour de  $Oz$ . Il ne dépend pas de  $z$  car il y a invariance par translation selon  $Oz$ .

$M$  appartient au plan  $P^+(M, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$  donc le champ magnétique en  $M$  est perpendiculaire à ce plan, il est selon  $\vec{e}_\theta$ .

On a donc  $\vec{B}(M) = B(r) \vec{e}_\theta$  et les lignes de champ magnétique sont des cercles centrés sur le fil.

5. On choisit pour contour d'Ampère, le cercle de rayon  $r$  centré sur  $Oz$  et orienté par  $\vec{n} = \vec{e}_z$ .

On a 
$$\oint_{(C)} \vec{B}(M) \cdot d\vec{OM} = \oint B(r) \vec{e}_\theta \cdot dl \vec{e}_\theta = B(r) \oint dl = B(r) 2\pi r.$$

Le courant enlacé par ce contour est  $I$  donc en appliquant le théorème d'Ampère on a  $B(r) 2\pi r = \mu_0 I$  soit  $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e}_\theta$ .

## Champ magnétique créé par une spire

6. Tous les plans passant par  $Ox$  sont des plans  $P^-$ ,  $M$  appartient à tous ces plans, donc le champ magnétique en  $M$  est contenu dans tous ces plans soit  $\vec{B}(M)$  est selon  $\vec{e}_x$ .

Le champ magnétique créé en un point  $M$  de l'axe de la spire est donné par l'expression:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3 \alpha = B_0 \sin^2 \alpha$$

où  $\alpha$  représente l'angle sous lequel la spire est vue depuis le point  $M$  et  $B_0 = \frac{\mu_0 I}{2R}$ .

7. On a  $\sin \alpha = \frac{R}{\sqrt{R^2 + x^2}}$  soit  $B(M) = B_0 \left( \frac{R}{\sqrt{R^2 + x^2}} \right)^3$ .

Pour des distances  $x$  petites par rapport au rayon de la spire, un développement limité permet de montrer que l'expression du champ  $B$  au point  $M$  est donnée par  $B = B_0 \left( 1 - \frac{3x^2}{2R^2} \right)$ .

8. On cherche la valeur de  $x$  pour laquelle  $B(x) = B_0 \left( 1 - \frac{3x^2}{2R^2} \right) = 0,9 B_0$  soit  $\frac{3x^2}{2R^2} = 0,1$  ou encore  $x = \sqrt{\frac{0,2}{3}} R$ .

Le champ magnétique est donc considéré uniforme et égal à  $B_0$  pour  $x$  compris entre  $-\sqrt{\frac{0,2}{3}} R = -0,26R$  et  $\sqrt{\frac{0,2}{3}} R = +0,26R$ .

## Chauffage par induction

9. Le flux  $\phi$  du champ magnétique qui traverse la spire s'écrit  $\phi = \iint \vec{B} \cdot dS \vec{e}_z = B_0 \cos(\omega t) \pi R_2^2$  (on peut sortir le champ magnétique de l'intégrale car il est uniforme dans la spire).

On applique la loi de Faraday  $e = -\frac{d\phi}{dt} = B_0 \omega \sin(\omega t) \pi R_2^2$ .

10. La spire possède une résistance  $R$  et une fem  $e$ , elle est donc parcourue par un courant d'intensité  $i = \frac{e}{R} = \frac{B_0 \omega \sin(\omega t) \pi R_2^2}{R}$ .

11. La puissance instantanée  $P(t)$  dissipée par effet Joule dans la spire est  $P(t) = Ri^2 = \frac{(B_0\omega \sin(\omega t)\pi R_2^2)^2}{R}$ .

La puissance moyenne est donc  $P_{moy} = \frac{(B_0^2\omega^2\pi R_2^2)^2}{2R}$  (la moyenne d'une fonction  $\sin^2(\cdot)$  est  $1/2$ ).

12. La chaleur au fond de la casserole se propage vers les aliments par le phénomène de diffusion thermique.

13. L'intérêt d'une plaque à induction est qu'on chauffe directement la casserole et non pas la plaque qui ensuite par conduction thermique chauffera la casserole. C'est donc plus rapide. Et il y a moins de perte, la plaque classique chauffera la casserole mais aussi l'air au voisinage de la plaque.

14. L'approximation des régimes quasi-stationnaires est justifiée à condition que la taille du circuit soit très petite devant la longueur d'onde ainsi on peut négliger le comportement ondulatoire de l'intensité.

Ici la longueur d'onde est  $\lambda = \frac{c}{f} = 5.10^6 \text{ m}$ .

Les longueurs  $R_1$ ,  $R_2$  et  $z_0$  sont bien négligeables devant  $5 \text{ km}$ .

15. Quand on change  $t$  en  $-t$ , l'équation de diffusion devient  $-\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c}\Delta T$ , elle est donc modifiée. Or changer  $t$  en  $-t$  revient à inverser le sens du temps. La modification de l'équation différentielle prouve que le phénomène est irréversible.

16. On fait une analyse dimensionnelle à partir de l'équation différentielle avec  $\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$  d'où en ordre de grandeur  $\frac{T}{\tau} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{T}{L^2}$  soit  $\tau = \frac{\rho c L^2}{\lambda}$ . AN:  $\tau = 2.10^4 \text{ s} \approx 5 \text{ h}$ . Ce temps est très long, les phénomènes de diffusion thermique sont très lents car au fur et à mesure où ils se produisent, la différence de température diminue et donc le phénomène ralentit.