VI- Particule libre

Une particule est dite libre lorsque le potentiel est nul (le résultante des forces exercées sur la particule est nulle).

1. La particule est une OPPH

La fonction d'onde d'un état stationnaire s'écrit

En remplaçant la fonction d'onde dans l'équation de Schrödinger avec $U = 0$ on a: $\underline{\phi}(x)'' + \frac{2mE}{\hbar^2}\underline{\phi}(x) = 0$.

On obtient alors $\underline{\phi}(x) =$

Soit $\underline{\psi}(x,t) =$

2. Relations de Planck-Einstein et de De Broglie

Le vecteur d'onde est:

La pulsation temporelle est:

3. Notion de paquet d'ondes

Soit une particule libre qui se déplace selon $+Ox$. Elle est donc caractérisée par la fonction d'onde $\underline{\psi}(x,t) =$

On trouve la constante en utilisant

Donc l'OPPH n'a pas de réalité physique pour la particule libre. Pour décrire une particule libre on utilise la notion de paquet d'ondes qui est la somme d'OPPH de différents vecteurs d'onde soit:

$$\underline{\psi} = \int_{k_0 - \frac{\Delta k}{2}}^{k_0 + \frac{\Delta k}{2}} A(k) e^{i(kx - \frac{Et}{\hbar})} dk$$

On représente le spectre et le paquet d'ondes:

Les mathématiques donnent la relation entre la largeur Δx du paquet d'ondes et la largeur Δk du spectre: $\Delta x.\Delta k \geq \dfrac{1}{2}$

On en déduit la relation entre Δx et Δp_x:

4. Relation de dispersion et exploitation

La relation de dispersion est donc:

On en déduit les vitesses de phase et de groupe:

VII - Particule quantique non libre: particule dans un puits de potentiel infini

1- **Situation étudiée** : Soit une particule de masse m et d'énergie E placée dans un puits de potentiel de largeur a défini par:

$U(x) = 0$ pour $0 < x < a$

$U(x) \to +\infty$ pour $x > a$ et $x < 0$

On cherche les fonctions d'onde $\underline{\psi}(x,t) = \phi(x)e^{-iEt/\hbar}$ associée à cette particule.

2- **Interprétation physique :** la particule est piégée dans le puits de largeur a, on dit qu'elle est confinée dans le puits.

Force subie par la particule:

Exemple de particule dans un puits infini:

3- **Résolution qualitative :** la particule est piégée dans le puits, elle ne peut pas en sortir.

La particule se déplace selon $+Ox$ elle est alors représentée par une $OPPH^+$, elle arrive en $x = a$ et fait demi tour, elle est alors représentée par une $OPPH^-$, elle arrive en $x = 0$ et fait demi tour...

Ce système est analogue à

Recherche de la longueur d'onde de De Broglie et de l'énergie de la particule :

4- **Résolution quantitative :** On donne l'équation de Schrödinger $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\underline{\psi}(x,t) + U(x)\underline{\psi}(x,t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\underline{\psi}(x,t)$

Equation vérifiée par $\phi(x)$:

Solution :

5- Représentations des énergies et de la densité de probabilité de présence:

Remarque 1: si l'énoncé donne la fonction d'onde à l'instant $t = 0$, on peut en déduire la fonction d'onde à tout instant.

Exemple 1 : $\underline{\psi}(x, t = 0) = A\sin(\frac{4\pi x}{a})$

Exemple 2 : $\underline{\psi}(x, t = 0) = A\sin(\frac{2\pi x}{a}) + B\sin(\frac{5\pi x}{a})$

Remarque 2 : aurait-on pu prendre des solutions en exponentielles complexes pour $\phi(x)$?