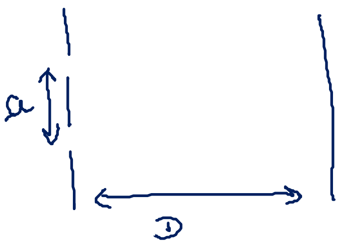
Correction des questions de cours

I. Longueur d'onde de De Broglie

1. On réalise une expérience d'interférences avec des électrons de masse m et d'énergie cinétique $E_c = 30\ eV$ $= 30 \times 1{,}6.10^{-19}\ J$ à travers deux fentes identiques distantes de $a = 0{,}5\ \mu m$ et placées à une distance $D = 1\ m$ d'un écran. Données: $h = 6{,}6.10^{-34}\ J.s$, $m = 9.10^{-31}\ kg$, $1\ eV = 1{,}6.10^{-19}\ J$. Préciser à quoi correspondent les franges brillantes sur l'écran. Calculer l'interfrange.



interfrange : $i = \frac{\lambda_{D.B} D}{a}$ avec $\lambda_{DB} = \frac{h}{mv} = 2{,}3.10^{-10}\ m$

$E_c = \frac{1}{2} m v^2$ soit $v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = 3{,}2.10^{6}\ m s^{-1}$

AN : $i = 460\ \mu m$

Franges brillantes correspondent aux zones de l'écran où la probabilité de présence des e^- est maximale.

2. On étudie la désintégration α du noyau de plutonium 238. La particule α émise lors de cette désintégration a une énergie $E_\alpha = 5{,}9\ MeV$. Montrer que l'étude de la désintégration doit se faire par un traitement quantique. Données: $h = 6{,}6.10^{-34}\ J.s$, $1\ eV = 1{,}6.10^{-19}\ J$ $m_\alpha = 6{,}64.10^{-27}\ kg$ (masse de la particule α).

$\lambda_{D.B} = \frac{h}{m_\alpha v_\alpha}$ avec $E_\alpha = \frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2} \Rightarrow v_\alpha = \sqrt{\frac{2E_\alpha}{m_\alpha}} = 1{,}7.10^{7}\ m s^{-1} < \frac{c}{10}$ (ce n'est pas une particule relativiste)

$E_\alpha = 5{,}9.10^{6} \times 1{,}6.10^{-19}\ J$

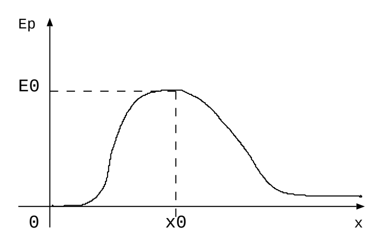
AN : $\lambda_{DB} = 5{,}9.10^{-15}\ m$ ~ taille d'un noyau

Il faut faire un traitement quantique : on ne peut pas négliger son comportement ondulatoire

II. Exercice de cours

1. Dans cette première question, on réalise un approche classique.

On donne l'énergie potentielle d'une particule de masse m astreinte à se déplacer sur l'axe Ox sur la demi droite $x > 0$.

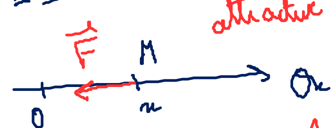


1.a. Déduire de cette énergie potentielle les valeurs de x pour lesquelles la particule subit une force attractive, puis une force répulsive.

$\vec{F} = -\vec{grad}\, E_p(x) = -\frac{dE_p}{dx}\vec{e}_x$ ou $dE_p = -\delta W_{\vec F} = -F.dx$

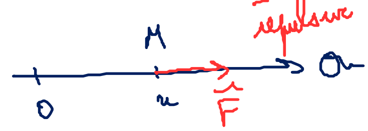
attractive

pour $x < x_0$: $E_p(x) \uparrow$ $\frac{dE_p}{dx} > 0$ soit $F < 0$

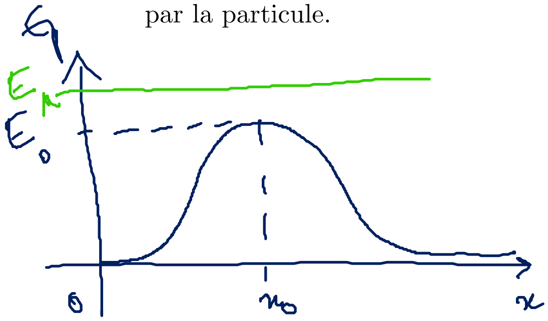


répulsive

pour $x > x_0$: $E_p(x) \downarrow$ $\frac{dE_p}{dx} < 0$ soit $F > 0$



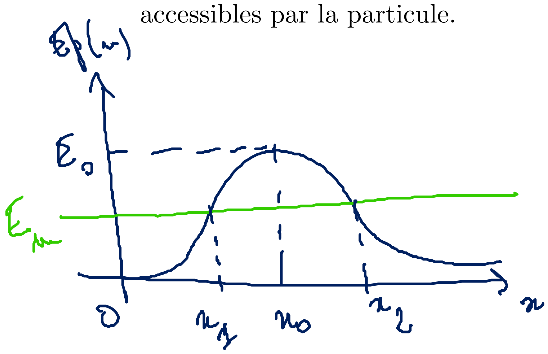
1.b. La particule a une énergie mécanique constante $E_m > E_0$. Préciser les valeurs de x accessibles par la particule.



$E_m = E_c + E_p = \underbrace{\frac{mv^2}{2}}_{\geq 0} + E_p$ donc le mvt n'est possible que pour $E_m \geq E_p(x)$

Ici $E_m \geq E_0$: la particule peut se trouver sur la 1/2 droite $x > 0$ (pas de zone interdite)

1.c. La particule a une énergie mécanique constante $0 < E_m < E_0$. Préciser les valeurs de x accessibles par la particule.



le mvt n'est possible que pour $E_m \geq E_p(x)$

Soit pour $x \leq x_1$ ou $x \geq x_2$

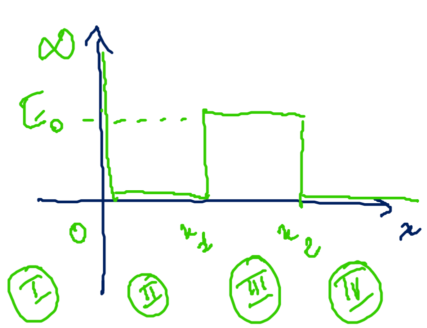
zone $x \in [x_1, x_2]$ est interdite

2. Pour l'étude quantique, on linéarise par morceaux le potentiel de la particule défini par $U(x) \to \infty$ pour $x < 0$ (région I), $U(x) = 0$ pour $0 < x < x_1$ (région II), $U(x) = E_0$ pour $x_1 < x < x_2$ (région III) et $U(x) = 0$ pour $x > x_2$ (région IV).

2.a. Représenter le potentiel.

2.b. On définit les fonctions d'onde $\underline{\psi}_I(x,t)$, $\underline{\psi}_{II}(x,t)$, $\underline{\psi}_{III}(x,t)$ et $\underline{\psi}_{IV}(x,t)$ dans les régions I, II, III et IV.

Que dire de $\underline{\psi}_I(x,t)$? Ecrire l'équation de normalisation de la fonction d'onde. Ecrire les équations de continuité.



$\Psi_I(x,t) = 0$ car une particule ne peut pas se trouver dans la zone I où $U \to \infty$

$x = 0$: le potentiel diverge : $\Psi(x=0^-,t) = \Psi(x=0^+,t)$

$\underbrace{\Psi_I(x=0,t)}_{0} = \Psi_{II}(x=0,t)$

$x = x_1$: le potentiel est fini :

$\Psi_{II}(x_1,t) = \Psi_{III}(x_1,t)$ et $\frac{\partial \Psi_{II}}{\partial x}(x_1,t) = \frac{\partial \Psi_{III}}{\partial x}(x_1,t)$

$x = x_2$: le potentiel fini

$\Psi_{III}(x_2,t) = \Psi_{IV}(x_2,t)$ et $\frac{\partial \Psi_{III}}{\partial x}(x_2,t) = \frac{\partial \Psi_{IV}}{\partial x}(x_2,t)$