Interrogation de physique quantique

I. **Barrière de potentiel**

1. Du point de vue classique, on a $E_m = E_c + E_p$ avec $E_c \geq 0$ donc le mouvement n'est possible que pour $E_m \geq E_p$. Ici $E_m = E$ et $E_p = V$. Le mouvement est possible pour $r < R_1$ et pour $r > R_2$. La région $R_1 < r < R_2$ est donc interdite et la particule se trouve soit à droite soit à gauche de la barrière de potentiel et ne peut pas la franchir.

2. Dans la zone 1 on a $V = -V1 < E$ soit $\phi'' + \dfrac{2m(E+V_1)}{\hbar^2}\phi = 0$: on reconnaît un OH de pulsation spatiale $k_1 = \sqrt{\dfrac{2m(E+V_1)}{\hbar^2}}$.

Dans la zone 2 on a $V = V_1 > E$ soit $\phi'' - \dfrac{2m(V_2-E)}{\hbar^2}\phi = 0$: ce n'est pas un OH mais on pose $k_2 = \sqrt{\dfrac{2m(V_2-E)}{\hbar^2}}$. ATTENTION: dans la racine carrée il faut mettre un nombre positif!

On a donc $\underline{\psi}_2 = Ce^{k_2 r}e^{-iEt/\hbar} + De^{k_2 r}e^{-iEt/\hbar}$: il s'agit d'une onde stationnaire amortie soit une onde évanescente.

Dans la zone 3 on a $V = 0 < E$ soit $\phi'' + \dfrac{2mE}{\hbar^2}\phi = 0$: on reconnaît un OH de pulsation spatiale $k_3 = \sqrt{\dfrac{2mE}{\hbar^2}}$.

3. Dans la zone 3, on a $\underline{\psi}_3 = Fe^{i(k_3 r - Et/\hbar)} + Ge^{-i(k_3 r + Et/\hbar)}$. On reconnaît donc une $OPPH^+$ d'amplitude F qui représente une particule soit une onde associée qui se propagent selon $+\overrightarrow{e_r}$ et une $OPPH^-$ d'amplitude G qui représente une particule soit une onde associée qui se propagent selon $-\overrightarrow{e_r}$.

Ici la particule se déplace au départ selon $+\overrightarrow{e_r}$ (onde incidente). Les discontinuités de potentiel se comportent comme des dioptres, il y a donc uniquement une onde selon $+\overrightarrow{e_r}$ dans la région 3 soit $G = 0$.

4. On écrit la continuité de $\phi(r)$ et de $\phi'(r)$ en R_1 et R_2 soit:

$\phi_1(r = R_1) = \phi_2(r = R_1)$ et $\phi_1'(r = R_1) = \phi_2'(r = R_1)$

$\phi_2(r = R_2) = \phi_3(r = R_2)$ et $\phi_2'(r = R_2) = \phi_3'(r = R_2)$

5. $\overrightarrow{J_i} = \dfrac{\hbar}{m}k_1|A|^2\overrightarrow{e_r}$ est le vecteur densité de courant de l'onde incidente dans la région 1 et $\overrightarrow{J_r} = -\dfrac{\hbar}{m}k_1|B|^2\overrightarrow{e_r}$ est le vecteur densité de courant de l'onde réfléchie dans la région 1.

Par analogie on en déduit le vecteur densité de courant de l'onde transmise dans la région 2 est $\overrightarrow{J_t} = \dfrac{\hbar}{m}k_3|F|^2\overrightarrow{e_r}$.

Le coefficient de transmission est donc $T = \dfrac{||\overrightarrow{J_t}||}{||\overrightarrow{J_i}||} = \dfrac{k_2|F|^2}{k_1|A|^2}$.

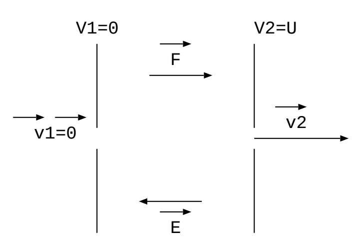
6. Le coefficient de transmission n'est pas nulle donc la particule peut passer par la zone interdite du point de vue classique pour franchir la barrière de potentiel. La probabilité est très faible mais elle n'est pas nulle.

II. **Interférences d'ondes de matière**

1. **1.a.** La longueur d'onde de De Broglie est égale à $\lambda_{DB} = \dfrac{h}{mv}$.

Soit un électron qui subit son poids (négligeable) et la force électrique conservative. Son énergie mécanique est conservée, on écrit $E_m = \dfrac{mv_1^2}{2} + qV_1 = \dfrac{mv_2^2}{2} + qV_2$, dans l'état initial $v_1 = 0$ soit $v_2 = \sqrt{\dfrac{2q(V_2-V_1)}{m}} = \sqrt{\dfrac{2eU}{m}}$. AN: $v_2 = 5,96.10^6\ m/s$.

On en déduit la longueur d'onde de De Broglie: $\lambda_{DB} = 1,2.10^{-10}\ m$.



1.b. La longueur d'onde des ondes dans un microscope électronique est de l'ordre de $10^{-10}\ m$ alors que pour un microscope optique, la longueur d'onde est celle de la lumière visible $\approx 600\ nm >> 10^{-10}\ m$.

La résolution est égale à la taille du plus petit détail que l'on peut voir au microscope, elle est donc bien plus petite soit bien meilleure pour un microscope électronique que pour un microscope optique.

2. L'énergie cinétique d'un atome est $e_c = \dfrac{mv^2}{2} = \dfrac{3k_BT}{2}$ (d'après la statistique de Boltzmann on compte $\dfrac{k_BT}{2}$ par degré de liberté et un atome a trois degrés de liberté de translation).

On a donc $u = v = \sqrt{\dfrac{3k_BT}{m}}$.

3. **3.a.** Il y a de la diffraction par la fente F. La largeur angulaire de la tache de diffraction est donnée par $\dfrac{2\lambda_{DB}}{\epsilon_F}$ et la largeur de la zone éclairée au niveau du plan qui contient les fentes est $\Delta = L\dfrac{2\lambda_{DB}}{\epsilon_F}$.

AN: $v = 225\ m/s$ et $\lambda_{DB} = 4,4.10^{-10}\ m$ à $T_1 = 295\ K$

AN: $\Delta = 180\ \mu m$: ainsi la largeur de la tache de diffraction est bien plus grande que la distance entre les deux fentes donc les ondes de matière vont bien pouvoir passer par la fente F1 et par la fente F2 pour donner lieu à des interférences.

3.b. Les zones où le nombre d'impacts est très élevé sont équivalentes à des franges brillantes et les zones où le nombre d'impacts est très faible sont équivalentes à des franges sombres. On observe donc des interférences et la distance entre les franges brillantes est appelée interfrange. Par analogie avec l'optique on a $i = \dfrac{\lambda L'}{a}$ où λ est la longueur d'onde de De Broglie associée aux atomes.

3.c. On exprime la longueur d'onde de De Broglie des atomes d'hélium $\lambda_{DB} = \dfrac{h}{mv} = \dfrac{h}{\sqrt{3k_BTm}}$.

On en déduit l'interfrange $i = \dfrac{hL'}{a\sqrt{3k_BTm}}$.

Quand la température diminue l'interfrange augmente.

AN: $i = 35\ \mu m$.

4. **4.a.** On mesure un interfrange de $i = \frac{\lambda_{DB}D}{a} = 1,1\ mm$. On en déduit la longueur d'onde de De Broglie des atomes de néon: $\lambda_{DB} = \dfrac{ai}{D} = \dfrac{h}{mv}$ d'où la vitesse des atomes de néon: $v = \dfrac{hD}{mai}$. AN: $v = 2,55\ m/s$.

4.b. On applique la RFD à un atome de masse m qui ne subit que son poids et qui n'a pas de vitesse initiale: $m\vec{a} = m\vec{g}$ soit d'où $\vec{v} = \vec{g}t$ et $\overrightarrow{OM} = \dfrac{\vec{g}t^2}{2}$.

En projection sur un axe Oz vertical descendant avec $z = 0$ au niveau de la position initiale des atomes on a: $\dot{z} = gt$ et $z = \dfrac{gt^2}{2}$.

Les atomes arrivent sur les fentes à l'instant t_f tel que $z(t_f) = d$ soit $t_f = \sqrt{\dfrac{2d}{g}}$, leur vitesse est donc $v = gt_f = \sqrt{2gd} = 0,83\ m/s$.

Au niveau du détecteur on a remplace d par $d + D$ soit $v = \sqrt{2g(d+D)} = 4,2\ m/s$.

Les vitesses sont bien en accord avec les résultats obtenus à partir de l'interfrange.

4.c. On utilise des atomes froids pour limiter l'agitation thermique et pour que les vitesses ne résultent que de la chute libre.