1. On a la relation $q(x,t) = v(x,t)c(x,t)$.

2. On considère le système élémentaire compris entre x et $x + dx$:

Nombre de voitures dans le système à l'instant t: $N(t) = c(x,t)dx$

Nombre de voitures dans le système à l'instant $t + dt$: $N(t + dt) = c(x, t + dt)dx$

Nombre de voitures qui entrent dans le système entre t et $t + dt$: $\delta N_e = q(x,t)dt$

Nombre de voitures qui sortent du système entre t et $t + dt$: $\delta N_s = q(x + dx, t)dt$

La conservation du nombre de voitures s'écrit $N(t + dt) = N(t) + \delta N_e - \delta N_s$ soit $(c(x, t + dt) - c(x,t))dx = -(q(x + dx, t) - q(x,t))dt$ soit en faisant des DL à l'ordre 1 en dx et en dt: $\frac{\partial c}{\partial t}dxdt = -\frac{\partial q}{\partial x}dxdt$ soit $\frac{\partial c}{\partial t} = -\frac{\partial q}{\partial x}$.

3. La vitesse est de la forme $v(x,t) = ac(x,t) + b$ avec:

$v(x,t) = v_{max} = b$ (pour $c = 0$)

$v(x,t) = 0 = ac_{max} + b$

On a donc $v(x,t) = -\frac{v_{max}}{c_{max}}c(x,t) + v_{max}$.

4. On a donc $q(x,t) = v(x,t)c(x,t) = -\frac{v_{max}}{c_{max}}c^2(x,t) + v_{max}c(x,t)$.

La courbe est tracée pour c variant de 0 à $c_{max} = 0,25\ m.s^{-1}$. D'aprés l'énoncé $L_0 = \frac{1}{c_{max}} = 4\ m$. Pour trouver v_{max} on peut utiliser un point particulier de la courbe, par exemple le maximum de cette fonction qui a pour abscisse $c = \frac{c_{max}}{2} = 0,125\ vehicule.m^{-1}$, pour cet abscisse l'ordonnée est $q_{max} = -\frac{v_{max}}{c_{max}}\frac{c_{max}^2}{4} + v_{max}\frac{c_{max}}{2} = \frac{v_{max}c_{max}}{4} = 0,85\ vehicules.s^{-1}$. Soit $v_{max} = \frac{4q_{max}}{c_{max}} = 13,6\ m.s^{-1}$.

Le débit est nul lorsque la concentration est faible, et le débit est nul également lorsque la concentration en voiture est grande car dans ce cas, les voitures sont trop nombreuses, il y a un bouchon, elles sont à l'arrêt. Le débit présente un maximum lorsque la concentration est égale à $c_{max}/2$, il n'y a pas trop de voitures donc elles peuvent rouler assez vite.

5. La route présente une zone de circulation très dense comprise entre $x_1 = 100\ m$ et $x_2 = 200\ m$. La concentration de voitures dans cette zone est de $0,1\ vehicules.m^{-1}$. Avant cette zone et après cette zone, le trafic est moins dense la concentration est de $0,05\ vehicules.m^{-1}$. La longueur de la route est $Lr = 600\ m$.

Comme on peut s'y attendre, c'est dans la zone où la concentration de voitures est plus grande que la vitesse des voitures est plus faible.

Le débit de voitures est de $0,1.8,3 = 0,83\ vehicules/s$ dans la zone de forte concentration et de $0,05.11,2 = 0,56\ vehicules/s$ dans la zone de faible concentration. Le débit de voitures est donc plus important dans la zone de forte concentration.

6. On a $\frac{\partial c}{\partial t}(x,t) = \frac{c(x, t + dt) - c(x,t)}{dt}$ soit $\frac{\partial c}{\partial t}(x_i, t_j) = \frac{c(x_i, t_{j+1}) - c(x_i, t_j)}{dt} = \frac{C[i, j+1] - C[i,j]}{dt}$.

7. On a $\frac{\partial q}{\partial x}(x_i, t_j) = \frac{q(x_{i+1}, t_j) - c(x_{i-1}, t_j)}{2dx} = \frac{Q[i+1, j+1] - Q[i-1, j]}{2dx}$.

8. On remplace dans l'équation $(*)$ soit $\frac{C[i, j+1] - C[i,j]}{dt} = \frac{Q[i+1, j+1] - Q[i-1, j]}{2dx}$ d'où $C[i, j+1] = C[i,j] + \frac{dt}{2dx}(Q[i+1, j+1] - Q[i-1, j])$.

9. La relation de récurrence permet de compléter la ligne 36: $C[i, j+1] = C[i,j] + \frac{dt}{2dx}(Q[i+1, j+1] - Q[i-1, j])$.

Le pas de temps est $dt = \frac{Temps}{Nt} = \frac{60}{1000} = 60\ ms$. Pour $N = 200$, $t_1 = 200dt = 12\ 000\ ms = 12\ s$, pour $N = 400$, $t_2 = 24\ s$ et pour $N = 600$, $t_3 = 36\ s$.

L'avant de la zone de forte concentration de voitures se trouve en $x = 200\ m$ à $t = 0\ s$, en $x = 300\ m$ à $t = 12\ s$, en $x = 400\ m$ à $t = 24\ s$ et en $x = 400\ m$ à $t = 36\ s$. La vitesse des voitures est donc de $\frac{100}{12} = 8,3\ m.s^{-1}$, c'est la vitesse initiale des voitures dans la zone de forte concentration.

La zone de forte concentration de voitures est de plus en plus large ($100\ m$ à $t = 0\ s$ pour $200\ m$ à $t = 36\ s$) et la concentration maximale de voitures diminue au cours du temps. Au cours du temps les voitures s'éloignent les unes des autres et la zone de forte concentration avance. La circulation se fluidifie.